



**SATU WINDU
FMIPA UNSOED**

UNGGUL dan BERKARYA

**Disusun dalam Rangka Peringatan Dies Natalis ke-8
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jenderal Soedirman**

24
Oktober
2022

Bilalodin, Agung Prabowo, Diva Sabina Permatasari,
Agus Sugandha, Nurul Tri Narlitasari, Budi Pratikno,
Jamrud Aminudin, Sunardi, Agung Bambang Setio Utomo,
Yazid Zainur Isnén, Trisha Syarifah, Wihantoro, Efitá Pratiwi Adi,
Ampala Khoryanton, Parmin Lumban Toruan, Kartika Sari,
Zusfahair, Dian Riana Ningsih, Dwi Kartika, Sehad,
Rokhmy Badiatuddiniyah, Idha Sihwaningrum, Ari Wardayani,
Mutia Nur Estri, Niken Larasati, Jajang, Supriyanto,
Dina Rosalina, Astrid Sulistya Azahra, Slamet Riyadi.



SATU WINDU FMIPA UNSOED: UNGGUL DAN BERKARYA

**Disusun dalam Rangka Peringatan Dies Natalis ke-8
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jenderal Soedirman
24 Oktober 2022**

Bilalodin, Agung Prabowo, Diva Sabina Permatasari,
Agus Sugandha, Nurul Tri Narlitasari, Budi Pratikno,
Jamrud Aminudin, Sunardi, Agung Bambang Setio Utomo,
Yazid Zainur Isnen, Trisha Syarifah, Wihantoro, Efita Pratiwi Adi,
Ampala Khoryanton, Parmin Lumban Toruan, Kartika Sari,
Zusfahair, Dian Riana Ningsih, Dwi Kartika, Sehad,
Rokhmy Badiatuddiniyah, Idha Sihwaningrum, Ari Wardayani,
Mutia Nur Estri, Niken Larasati, Jajang, Supriyanto,
Dina Rosalina, Astrid Sulistya Azahra, Slamet Riyadi.



Penerbit
Universitas Jenderal Soedirman
2022

**SATU WINDU FMIPA UNSOED:
UNGGUL DAN BERKARYA**

© 2022 Universitas Jenderal Soedirman

Cetakan Kesatu, Oktober 2022

Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

All Right Reserved

Penyusun : Bilalodin, Agung Prabowo, Diva Sabina Permatasari, Agus Sugandha, Nurul Tri Narlitasari, Budi Pratikno, Jamrud Aminudin, Sunardi, Agung Bambang Setio Utomo, Yazid Zainur Isnén, Trisha Syarifah, Wihantoro, Efita Pratiwi Adi, Ampala Khoryanton, Parmin Lumban Toruan, Kartika Sari, Zufahair, Dian Riana Ningsih, Dwi Kartika, Sehad, Rokhmy Badiatuddiniyah, Idha Sihwaningrum, Ari Wardayani, Mutia Nur Estri, Niken Larasati, Jajang, Supriyanto, Dina Rosalina, Astrid Sulistya Azahra, Slamet Riyadi.

Editor Isi : Drs. Sunardi, M.Si. (Dekan FMIPA UNSOED)

Editor Bahasa : Ashari Hidayat, S.S., M.A.

Diterbitkan oleh : UNIVERSITAS JENDERAL SOEDIRMAN
Gd. BPU Percetakan dan Penerbitan (UNSOED Press)
Telp. (0281) 626070
Email: unsoedpresspwt@gmail.com



Anggota

Afiliasi Penerbit Perguruan Tinggi Indonesia

Nomor : 003.082.1.02.2019

xiv + 172 hal., 15,5 x 23 cm

ISBN: 978-623-465-047-1

Dilarang mengutip dan memperbanyak tanpa izin tertulis dari penerbit, sebagian atau seluruhnya dalam bentuk apapun, baik cetak, photoprint, microfilm dan sebagainya.

PENGANTAR DEKAN FMIPA UNSOED

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT yang atas kehendak-Nya buku ini dapat diselesaikan. Buku ini disusun untuk menandai peringatan dies natalis FMIPA Unsoed Ke-8 tahun 2022. Lebih lanjut, buku ini dipersembahkan sebagai ucapan terima kasih atas satu windu (delapan tahun) kepemimpinan Dekan FMIPA yang pertama, Bapak Drs. Sunardi, M.Si. yang dengan gemilang menyelesaikan dua periode kepemimpinannya. Oleh karena itu, buku ini mengambil judul "Satu Windu FMIPA Unsoed: Unggul dan Berkarya".

Sejak tahun 2017, dies natalis FMIPA Unsoed telah diperingati dengan penerbitan buku yang ditulis oleh dosen-dosen di lingkungan FMIPA Unsoed dan sejawat dari universitas lain. Sebagai sebuah tradisi ilmiah yang baik, maka peringatan dies natalis dengan penerbitan buku perlu dilanjutkan oleh dekan baru pada waktu-waktu mendatang.

Buku ini terdiri atas sebelas buah tulisan dengan enam buah tulisan merupakan kontribusi dari dosen-dosen Jurusan Matematika, empat buah tulisan adalah sumbangan dari dosen-dosen Jurusan Fisika dan satu buah tulisan merupakan persembahan dari dosen Jurusan Kimia. Dalam penulisan buku ini tidak hanya dosen-dosen dari Matematika, Fisika dan Kimia yang memberikan kontribusi, tetapi juga menjadi andil dari para mahasiswa dan alumni dari ketiga jurusan dan sumbangsih pemikiran kolega-kolega dari institusi di luar Unsoed.

Perlu kami sampaikan bahwa artikel/tulisan yang dimuat dalam buku ini tidak mensyaratkan orisinalitas dan kebaruan. Kami menyadari bahwa artikel yang benar-benar mengandung unsur orisinalitas ide, gagasan, dan temuan akan dipublikasikan oleh penulisnya pada jurnal bergengsi terindeks Scopus. Namun demikian, buku ini tetap tidak kehilangan sisi keilmiahannya. Selain karena buku ini telah melalui penelaahan isi dan bahasa

oleh dua orang *reviewer*, buku ini dapat dikategorikan sebagai buku ilmiah populer. Sebagai buku ilmiah populer, maka metodologi penelitian mengacu pada metode ilmiah, dan penulisannya tetap mempertahankan tata cara dan aturan penyusunan artikel ilmiah secara ketat.

Sebagai karya ilmiah akademik, pengerjaan buku ini tentu saja telah memberikan pengalaman berharga bagi para penulisnya. Pengalaman ini tentu akan menjadi bekal yang akan mendorong untuk terus berkarya di tahun-tahun mendatang, *long life producing* sejalan dengan semangat FMIPA untuk unggul dan berkarya.

Buku ini dihadirkan sebagai kumpulan karya dan gagasan yang merangkumi tiga pilar utama FMIPA Unsoed, yaitu Matematika, Fisika dan Kimia. Kehadiran buku ini dan buku-buku sejenis sebelumnya telah menunjukkan adanya kontribusi para saintis FMIPA Unsoed dalam pengembangan keilmuan di bidangnya masing-masing sesuai dengan *tagline* "FMIPA Unsoed: Unggul dan Berkarya". Pada masa-masa mendatang, sangat diharapkan agar dosen-dosen FMIPA Unsoed dapat memberikan kontribusi yang lebih nyata, berupa pemikiran dan gagasan orisinil hasil perenungan mendalam berbasis pada riset-riset yang telah dilakukannya. Dengan demikian, kontribusi tersebut dapat menjadi masukan dan pertimbangan bagi pemerintah dalam kebijakan pengambilan keputusan. Harapan muluknya adalah sebagai saintis dan matematikawan yang hari-harinya dipenuhi dengan riset, dapat berbaur dengan ilmuwan dari bidang lain untuk memanfaatkan hasil-hasil risetnya dalam rangka memprediksi dan mengontrol arah perkembangan masa depan.

Ucapan terima kasih kami sampaikan kepada Rektor Universitas Jenderal Soedirman Bapak Prof. Dr. Ir. H. Akhmad Sodiq, M.Sc. Agr. dan Dekan FMIPA Unsoed Bapak Drs. Sunardi, M.Si., yang telah memberi dukungan sehingga buku ini dapat diterbitkan sebagai penanda peringatan Dies Natalis ke-8 FMIPA Unsoed. Ucapan terima kasih juga kami sampaikan kepada seluruh penulis atas kontribusinya dalam menghasilkan rangkaian tulisan sehingga mewujudkan dalam satu buku.

Kami menyadari bahwa buku ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kami mengharapkan masukan dari para pembaca untuk perbaikan dan penyusunan buku sejenis pada tahun-tahun mendatang.

Purwokerto, 24 Oktober 2022
Dekan FMIPA Unsoed

Drs. Sunardi, M.Si.

DAFTAR ISI

Pengantar Dekan FMIPA UNSOED	iii
Daftar Isi	vi
Daftar Tabel	viii
Daftar Gambar	x
Daftar Lampiran	xiv
Tinjauan Umum <i>Boron Neutron Capture Therapy</i> (BNCT) sebagai Metode Terapi Kanker	
<i>Bilalodin</i>	1
Sandi Vigenere dan Eksistensinya di Indonesia	
<i>Agung Prabowo*) dan Diva Sabina Permatasari</i>	20
Solusi Persamaan Black-Scholes dengan Metode Dekomposisi Adomian- Laplace yang Dimodifikasi Beserta Eksistensi dan Ketunggalan Solusinya	
<i>Agus Sugandha*) dan Niken Larasati</i>	31
<i>K-Means Clustering</i> dan Aplikasinya pada Pengelompokan Kecamatan di Kabupaten Tegal Berdasarkan Indikator Kependudukan	
<i>Nurul Tri Narlitasari dan Budi Pratikno*)</i>	39
Mengenal Sistem Pemantauan Hilal di Indonesia Berdasarkan Metode Pengamatan dengan Teleskop dan Perhitungan Astronomi	
<i>Jamrud Aminudin*) dan Sunardi</i>	51
Pengujian Struktur Morfologi dan Kristalin Serbuk Silika Abu Sekam Padi Hasil Teknik <i>Mechanical Milling</i>	
<i>Sunardi, Agung Bambang Setio Utomo, Yazid Zainur Isnen, Trisha Syarifah, Wihantoro, Efita Pratiwi Adi, Ampala Khoryanton, Parmin Lumban Toruan, dan Kartika Sari*)</i>	66

Amobilisasi Amilase dari <i>Bacillus Thuringiensis</i> HCB6 pada Zeolit dengan Metode Adsorpsi <i>Zusfahair[*], Dian Riana Ningsih, dan Dwi Kartika</i>	79
Identifikasi Akuifer Air Tanah di Kawasan Lahan Kritis Daerah Aliran Sungai Serayu Kecamatan Adipala Kabupaten Cilacap <i>Sehah</i>	95
Sifat-Sifat Aljabar Operasi Penjumlahan dan Perkalian dengan Skalar di Ruang Multivektor \mathbb{G}^2 <i>Rokhmy Badiatuddiniyah, Idha Sihwaningrum, Ari Wardayani, Mutia Nur Estri, dan Niken Larasati[*]</i>	109
Penerapan Model Regresi Logistik Ordinal pada Kasus Ketahanan Pangan di Provinsi Jawa Tengah <i>Jajang[*], Supriyanto, dan Dina Rosalina</i>	120
Penurunan Persamaan Opsi Jual <i>Cash-or-Nothing</i> dan Contoh Aplikasinya <i>Astrid Sulistya Azahra, Agung Prabowo[*], Ari Wardayani, Supriyanto dan Slamet Riyadi</i>	136
Lampiran Sampul Buku Dies 2017 - 2021	151
Biografi Singkat Penulis	156

DAFTAR TABEL

Tinjauan Umum *Boron Neutron Capture Therapy* (BNCT) sebagai Metode Terapi Kanker

Tabel 1.	Parameter Berkas Neutron yang Disarankan untuk BNCT	7
----------	---	---

Sandi Vigenere dan Eksistensinya Di Indonesia

Tabel 1.	Kode Angka untuk Masing-Masing Huruf	24
Tabel 2.	Proses Enkripsi Merubah Pesan Asli Menjadi Pesan Rahasia dengan Kata Sandi DIVA	25
Tabel 3.	Proses Dekripsi Merubah Pesan Rahasia Menjadi Pesan Asli dengan Kata Sandi DIVA...	25
Tabel 4.	Pahatan Huruf pada Pusara Djamijah (<i>Ciphertext</i>)	27
Tabel 5.	Proses Dekripsi Sandi Djamijah untuk Sebelas Huruf yang Pertama pada Baris 1 dengan Kata Sandi ZSTX	28
Tabel 6.	Pesan Asli pada Pusara Djamijah (<i>Plaintext</i>)...	29

***K-Means Clustering* dan Aplikasinya pada Pengelompokan Kecamatan di Kabupaten Tegal Berdasarkan Indikator Kependudukan**

Tabel 1.	Nilai <i>z-Score</i> Jumlah Penduduk, Laju Pertumbuhan Penduduk, Kepadatan Penduduk, dan Rasio Jenis Kelamin Penduduk	43
Tabel 2.	Nilai <i>Centroid</i> Awal	44
Tabel 3.	Hasil Perhitungan Jarak <i>Euclidean</i> terhadap <i>Centroid</i> Awal.....	45
Tabel 4.	Hasil Perhitungan <i>Centroid</i> Baru Iterasi 2	46
Tabel 5.	Hasil Perhitungan Jarak <i>Euclidean</i> terhadap <i>Centroid</i> Baru Iterasi 2	46
Tabel 6.	Hasil Perhitungan <i>Centroid</i> Baru Iterasi 3.....	47
Tabel 7.	Hasil Perhitungan Jarak <i>Euclidean</i> terhadap <i>Centroid</i> Baru Iterasi 3	48
Tabel 8.	Nilai Rata-Rata Variabel Tiap <i>Cluster</i>	49

Pengujian Struktur Morfologi dan Kristalin Serbuk Silika Abu Sekam Padi Hasil Teknik *Mechanical Milling*

Tabel 1.	Ukuran Kristalin dan <i>Lattice Strain</i> Serbuk Silika Abu Sekam Padi	72
----------	---	----

Identifikasi Akuifer Air Tanah di Kawasan Lahan Kritis Daerah Aliran Sungai Serayu Kecamatan Adipala Kabupaten Cilacap

Tabel 1.	Peralatan dan Bahan yang Digunakan di Lapangan.....	99
Tabel 2.	Peralatan dan Bahan yang Digunakan di Laboratorium	99

Penerapan Model Regresi Logistik Ordinal pada Kasus Ketahanan Pangan di Provinsi Jawa Tengah

Tabel 1.	Tabel Kategori Indeks Ketahanan Pangan	123
Tabel 2.	Tabel Status Ketahanan Pangan	127
Tabel 3.	Jumlah Penduduk	128
Tabel 4.	Persentase Penduduk Miskin	128
Tabel 5.	Indeks Pembangunan Manusia (IPM).....	129
Tabel 6.	Angka Harapan Hidup (AHH)	129
Tabel 7.	Persentase Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih	130
Tabel 8.	Tabel Hasil Uji Multikolinearitas dengan Variabel Bebas	130
Tabel 9.	Hasil Estimasi Parameter	131
Tabel 10.	Hasil Uji <i>Deviance</i>	132
Tabel 11.	Hasil Estimasi Parameter Signifikan.....	132
Tabel 12.	Nilai <i>Odds Ratio</i>	133

Penurunan Persamaan Opsi Jual *Cash-or-Nothing* dan Contoh Aplikasinya

Tabel 1.	Nilai Premi Asuransi Pertanian	148
----------	--------------------------------------	-----

DAFTAR GAMBAR

Tinjauan Umum *Boron Neutron Capture Therapy* (BNCT) sebagai Metode Terapi Kanker

Gambar 1.	Prinsip Dasar Metode BNCT	5
Gambar 2.	Desain fasilitas iradiasi BNCT dengan Sumber Neutron dari Kolom Termal Reaktor	6
Gambar 3.	Desain Fasilitas Iradiasi BNCT dengan Sumber Neutron dari Akselerator	7
Gambar 4.	Struktur Senyawa a. BSH dan b. BPA	9
Gambar 5.	Pengembangan Senyawa Pembawa Boron Berbasis a. Gula, b. Lipid, c. Asam Amino dan d. Peptid	10
Gambar 6.	Mekanisme Kerja PET a. Terjadinya Koinsidensi dan Anihilasi, b. Pembentukan Citra 3 Dimensi	11
Gambar 7.	Senyawa Pembawa Boron a. BPA dan b. BPA yang Telah Dilabel ^{18}F	11
Gambar 8.	Citra Diambil Menggunakan Alat a. CT dan b. MR	12
Gambar 9.	Tahapan Uji Klinis Terapi Kanker Menggunakan Metode BNCT. a. Pasien Diinfuse Menggunakan ^{18}F -BPA, b. Pemeriksaan PET/CT, dan Iradiasi Neutron Menggunakan Reaktor	14

Sandi Vigenere dan Eksistensinya Di Indonesia

Gambar 1.	Skema Kriptografi	22
Gambar 2.	Dari Kiri Atas: Dieng <i>Culture Festival</i> , Percandian di Salah Satu Sudut Dieng, Buah Carica dan Olahannya	24
Gambar 3.	Pusara yang Memuat Sandi Vigenère dari Pacitan	26

Mengenal Sistem Pemantauan Hilal di Indoensia Berdasarkan Metode Pengamatan dengan Teleskop dan Perhitungan Astronomi

Gambar 1.	Target dan Rancangan Instrumen Penelitian	54
-----------	---	----

Gambar 2.	Lokasi Pengamatan Hilal, Pantai Logending, Kabupaten Cilacap, Jawa Tengah, 7°43'34" S dan 109°23'37"	54
Gambar 3.	Tipe Teleskop Berdasarkan Proses Pembiasan dan Pemantulan Cahaya	56
Gambar 4.	Ilustrasi Pembiasan Sinar pada Teleskop ...	57
Gambar 5.	Fase Bulan Berdasarkan Perhitungan dan Pengamatan Astronomis	59
Gambar 6.	Kriteria Ketampakan Hilal	60
Gambar 7.	Ilustrasi Penentuan Sudut Elongasi Bulan dan Matahari	61
Gambar 8.	Data Hasil Perhitungan dengan Kriteria Odeh pada Tanggal 30 Juni 2022	62

Pengujian Struktur Morfologi dan Kristalin Serbuk Silika Abu Sekam Padi Hasil Teknik *Mechanical Milling*

Gambar 1.	Desain Sintesis Serbuk Silika Abu Sekam Padi	69
Gambar 2.	Hasil Citra SEM untuk (a) S0; (b) S15	71
Gambar 3.	Hasil Pola XRD Silika Abu Sekam Padi S0 dan S15.....	72

Amobilisasi Amilase dari *Bacillus Thuringiensis* HCB6 pada Zeolit dengan Metode Adsorpsi

Gambar 1.	Grafik Hubungan Variasi Ukuran Zeolit dengan Efisiensi Amobilisasi	87
Gambar 2.	Grafik Hubungan Variasi Berat Zeolit dengan Efisiensi Amobilisasi	88
Gambar 3.	Grafik Hubungan Variasi Waktu Kontak dengan Efisiensi Amobilisasi	89
Gambar 4.	Pengaruh Variasi Konsentrasi Substrat terhadap Aktivitas Amilase Amobil dan Bebas.....	90
Gambar 5.	Grafik Pemakaian Berulang Enzim Amilase Amobil	91
Gambar 6.	Hasil Analisis Menggunakan SEM pada Pembesaran 5000 Kali. A. Zeolit. B. Amilase Amobil Menggunakan Matrik Zeolit	92

Identifikasi Akuifer Air Tanah di Kawasan Lahan Kritis Daerah Aliran Sungai Serayu Kecamatan Adipala Kabupaten Cilacap

Gambar 1.	Desain Pengukuran Resistivitas Batuan Bawah Permukaan Menggunakan Metode Geolistrik Resistivitas	98
Gambar 2.	Pergerakan Elektroda dalam Survei Geolistrik Resistivitas dengan Model Konfigurasi Wenner	100
Gambar 3.	Teknik Pengukuran dan Presentasi Data dalam Bentuk Penampang Resistivitas Dua Dimensi (2D) dalam Konfigurasi Wenner ...	100
Gambar 4.	Penampang Resistivitas Batuan Bawah Permukaan Hasil Pemodelan Menggunakan <i>Software Res2dinv 3.54</i> pada Lintasan Karang Sari 01	101
Gambar 5.	Penampang Litologi Batuan Bawah Permukaan Hasil Interpretasi Menggunakan <i>Software Arc-View 3.3</i> di Lintasan Karang Sari 01.....	101
Gambar 6.	Penampang Resistivitas Batuan Bawah Permukaan Hasil Pemodelan Menggunakan <i>Software Res2dinv 3.54</i> di Lintasan Karang Sari 02 ...	102
Gambar 7.	Penampang Litologi Batuan Bawah Permukaan Hasil Interpretasi Menggunakan <i>Software Arc-View 3.3</i> di Lintasan Karang Sari 02.....	102
Gambar 8.	Penampang Resistivitas Batuan Bawah Permukaan Hasil Pemodelan Menggunakan <i>Software Res2dinv 3.54</i> di Lintasan Penggalang 01 ..	103
Gambar 9.	Penampang Litologi Batuan Bawah Permukaan Hasil Interpretasi Menggunakan <i>Software Arc-View 3.3</i> di Lintasan Penggalang 01	103
Gambar 10.	Penampang Resistivitas Batuan Bawah Permukaan Hasil Pemodelan Menggunakan <i>Software Res2dinv 3.54</i> di Lintasan Penggalang 02 ..	104
Gambar 11.	Penampang Litologi Batuan Bawah Permukaan Hasil Interpretasi Menggunakan <i>Software Arc-View 3.3</i> di Lintasan Penggalang 02	104

Gambar 12. DAS Serayu Berperan sebagai *Recharge Area* untuk Memasok Air Sungai ke dalam Sistem Akuifer 105

Penerapan Model Regresi Logistik Ordinal pada Kasus Ketahanan Pangan di Provinsi Jawa Tengah

Gambar 1 *Pie Chart* Status Ketahanan Pangan Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah 2018 127

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Sampul Buku Dies 2017	151
Lampiran 2 Sampul Buku Dies 2018	152
Lampiran 3 Sampul Buku Dies 2019	153
Lampiran 4 Sampul Buku Dies 2020	154
Lampiran 5 Sampul Buku Dies 2021	155

TINJAUAN UMUM *BORON NEUTRON CAPTURE THERAPY (BNCT)* SEBAGAI METODE TERAPI KANKER

Bilalodin

Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman
bilalodin@unsoed.ac.id

Abstrak. Kanker merupakan penyakit yang ditimbulkan oleh pembelahan sel yang tak terkendali. Metode terapi kanker yang ada saat ini masih terdapat kelemahan yaitu disamping membunuh sel kanker juga membunuh sel sehat. Oleh karena itu perlu adanya alternatif terapi yang lebih efektif. Salah satu terapi kanker yang sedang dikembangkan adalah *Boron Neutron Capture Therapy (BNCT)*. Guna mengetahui dengan jelas efektifitas metode BNCT dalam terapi kanker akan ditinjau sejarah perkembangan BNCT, faktor-faktor yang mendukung kesuksesan metode BNCT meliputi sumber neutron, agen pembawa boron, *boron imaging* dan *Treatment Planning System (TPS)*. Disamping itu juga dipaparkan uji klinis dari metode BNCT. Dengan diterimanya lisensi metode BNCT pada tahun 2021 sebagai salah satu alternatif terapi kanker diharapkan dapat berkontribusi dalam mengatasi penyakit kanker yang saat ini masih menduduki urutan kedua dari penyakit degeneratif.

Kata kunci: Kanker, BNCT, sumber neutron, agen pembawa boron, *boron imaging*, TPS, uji klinis.

Abstract. *Cancer is a disease caused by uncontrolled cell division. Current cancer therapy methods still have side effects, not only killing cancer cells but also affecting healthy cells. Therefore, there is a need for a more effective alternative therapy. One of the cancer therapies being developed is Boron Neutron Capture Therapy (BNCT). In order to clearly determine the effectiveness of the BNCT method in cancer therapy, the history of BNCT development will be reviewed, as well as the factors that support the success of the BNCT method including neutron sources, boron carrier agents, boron imaging and the Treatment Planning System (TPS). In addition, clinical trials of the BNCT method are also presented. With the acceptance of the BNCT*

method license in 2021 as an alternative cancer therapy, it is hoped that it can contribute to overcoming cancer, which currently ranks second from degenerative diseases.

Keywords: *cancer, BNCT, neutron sources, boron carrier agents, boron imaging, TPS, clinical trials.*

1. Pendahuluan

Sel kanker memiliki sifat sel yang membelah dengan cepat. Badan Kesehatan Dunia (WHO) melansir belum ada metode pengobatan kanker yang efektif dan optimal. Pada kasus kanker, pengobatan utama adalah melalui: pembedahan atau operasi, kemoterapi dan radioterapi. Pembedahan dengan operasi sayatan adalah pengangkatan jaringan yang terkena kanker. Kelebihan metode ini adalah mengangkat kanker secara keseluruhan dan dapat sembuh apabila kanker belum menjalar ke tempat lain sedangkan kelemahannya adalah operasi tidak bebas tumor, sehingga dapat menyebabkan sel kanker menyebar ke tempat-tempat lainnya (Puppo dkk., 2007). Untuk mengatasi hal tersebut kemoterapi dan radiasi dapat digunakan untuk menghentikan pertumbuhan sel-sel kanker yang masih tertinggal.

Metode kemoterapi adalah pengobatan dengan menggunakan obat-obatan yang bertujuan untuk membunuh atau memperlambat pertumbuhan sel-sel kanker. Obat-obatan kemoterapi biasanya diberikan melalui infus atau secara oral. Efek samping kemoterapi timbul karena obat-obat kemoterapi sangat kuat, dan tidak hanya membunuh sel-sel kanker, tetapi juga menyerang sel-sel sehat, terutama sel-sel yang membelah dengan cepat. Sel-sel di sumsum tulang, saluran pencernaan dan folikel rambut menjadi terganggu dan dapat menyebabkan kerusakan pada organ-organ lain, seperti hati, ginjal, jantung, paru-paru dan lain-lain (Akiyama dkk., 2018). Mengingat dampak yang banyak ditimbulkan metode radioterapi dipilih sebagai metode alternatif.

Radioterapi adalah metode terapi kanker dengan memanfaatkan radiasi energi tinggi seperti sinar-X, sinar gamma atau elektron. Efek dari radiasi tersebut dapat membunuh sel kanker melalui mekanisme ionisasi DNA sel pada daerah lokal yang terpapar radiasi. Kelemahan dari terapi ini adalah ikut terpaparnya jaringan sehat yang segaris atau sejajar dengan permukaan sel kanker, terutama yang lebih dekat dengan sumber radiasi (Majeed dan Gupta, 2021). Terlebih lagi ada atenuasi untuk bagian tubuh yang lebih dalam

sehingga ada variasi distribusi dosis untuk tiap kedalaman yang berbeda. Meskipun berbagai macam teknik penyinaran telah dikembangkan untuk memperoleh hasil yang optimal seperti *3D Conformal Radiotherapy*, *Stereotactic Radiotherapy*, dan *High Dose Rate Brachytherapy*, pada beberapa kasus metode ini masih meninggalkan efek jangka panjang pada jaringan sehat (Al-Mefty dkk., 1990). Guna mengatasi masalah tersebut saat ini dikembangkan pengobatan kanker berbasis *cell targeting* yaitu *Boron Neutron Capture Therapy* (BNCT). Hasil uji invitro, invivo dan uji klinis menunjukkan adanya kemampuan yang menggembirakan untuk dapat diterapkan di rumah sakit dalam rangka ikut serta dalam memberantas penyakit kanker.

2. Metode BNCT sebagai Terapi Kanker

2.1 State of the art terapi kanker menggunakan metode BNCT

Penggunaan neutron untuk pengembangan pengobatan radioterapi kanker berkembang setelah penemuan neutron oleh Chadwick pada tahun 1932. Usul pemanfaatan terapi kanker pertama kali dilakukan oleh Loefer setelah mendapatkan gambaran reaksi $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$ oleh Tylor dan Goldhaber. Pada tahun 1940 Kruger melakukan eksperimen pemanfaatan neutron untuk membunuh sel kanker pada tikus. Hasil menunjukkan bahwa radiasi neutron mampu menghambat pertumbuhan sel kanker pada tikus. Atas keberhasilan tersebut Kruger mengusulkan untuk terapi sel kanker pada otak. Uji coba klinis terapi tumor otak dilakukan pada tahun 1951 sampai 1959 oleh Sweet di Brookhaven Medical Research Reactor dan dilanjutkan sampai tahun 1961. Namun hasil mengecewakan beberapa pasien meninggal setelah 12 bulan mendapatkan radiasi. Kegagalan uji klinis disebabkan beberapa hal diantaranya: daya tembus neutron termal pada jaringan masih sangat rendah, jumlah boron dalam darah lebih besar dibandingkan dalam tumor dan jaringan normal masih menerima dosis radiasi melebihi batas ambang (Sweet, 1997).

Harapan baru terapi kanker menggunakan metode BNCT diperoleh pada tahun 1968 atas keberhasilan Hatanaka yang memanfaatkan sumber neutron dari reaktor daya 100 kW dan senyawa pembawa boron BSH. Hasil uji klinis menunjukkan pasien memiliki rata-rata harapan hidup sampai 5 tahun. Pada tahun 1972 perkembangan yang lebih menggembirakan diperoleh dari usaha Mishima mengobati kanker melanoma ganas (kanker kulit) menggunakan senyawa pembawa boron BPA (Barth and Coderra, 2005; Dymova dkk.,

2020) Keberhasilan uji klinis terus berlanjut diberbagai negara setelah melakukan perbaikan kualitas sumber neutron, agen pembawa boron. Sumber neutron untuk BNCT antara tahun 1990 sampai 2012 lebih banyak menggunakan reaktor nuklir. Sedangkan sejak tahun 2012 lebih banyak menggunakan akselerator. Akselerator telah mampu menghasilkan energi sampai 30 MeV dengan arus 10 mA (Moss, 2014).

Pengembangan lain yang saat ini dilakukan adalah mendapatkan agen pembawa boron yang baru dan lebih efektif. Pengembangan yang saat ini sedang dan telah dilakukan adalah agen pembawa boron berbasis peptid, protein, anti bodi, *nucleoside*, gula, *proprhyrins*, *liposom*, analog curcumin dan CNT (Romadon dan Alay, 2015; Wang dkk., 2022). Di samping itu juga dikembangkan *Boron Imaging and Treatment Planning*. *Boron imaging* merupakan teknik pengamatan untuk mengetahui konsentrasi boron ^{10}B dalam tumor. Metode yang digunakan adalah positron emission tomography (PET). Secara teknis penentuan jumlah boron dalam tumor dilakukan dengan memberikan label agen pembawa boron BPA dengan isotop ^{18}F (Sauerwein dkk., 2021). Adanya PET memungkinkan untuk melakukan koreksi doses yang diterima pada tumor dan jaringan sehat.

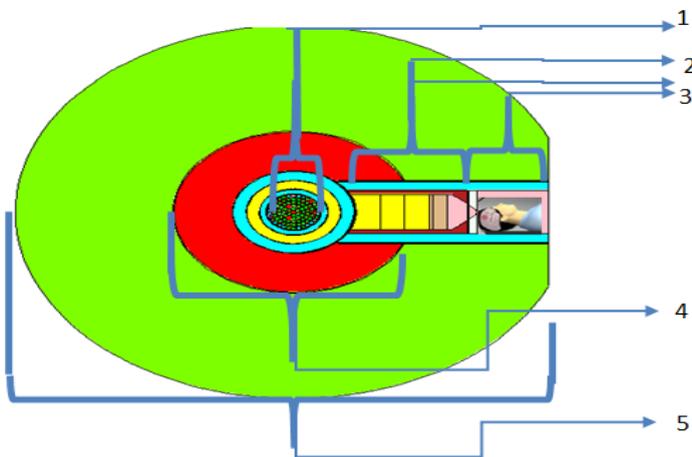
Hal terakhir yang juga dikembangkan adalah *treatment planning system*. Yaitu pengembangan sistem perhitungan doses pada pasien menggunakan simulasi berdasarkan metode Monte Carlo. Beberapa *software* yang digunakan saat ini BNCT rttp (*BNCT Radiation Treatment Planning Environment*), SERA (*Simulation Environment for Radiotherapy Application*, MCTPlan (*Monte Carlo Treatment Planning*) dan BDTPS (*Boron Distribution Treatment Planning System* (JK Kim dan KO Kim, 2009; Hu dkk., 2021). Adanya data-data dari PET dan MRI turut memberikan ketepatan dalam memperkirakan perhitungan doses yang diterima pada tumor dan sel sehat.

2.2 Prinsip dasar Boron Neutron Capture Therapy (BNCT)

BNCT merupakan metode radioterapi untuk menghancurkan sel-sel kanker dengan cara menembakkan neutron ke sel kanker yang telah diinjeksikan senyawa yang mengandung unsur boron. Boron merupakan isotop yang stabil secara alami memiliki dua isotop yaitu ^{11}B dan ^{10}B . Keberadaan keduanya di alam cukup melimpah, yaitu sekitar 19,8 %, sehingga sangat layak digunakan dalam proses penangkapan neutron (Sauerwein, 2012).

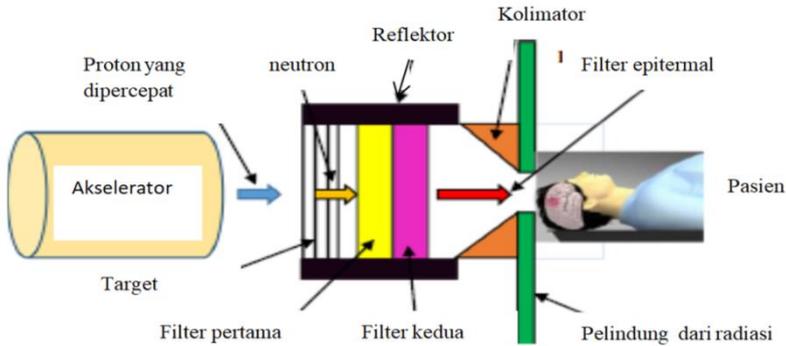
digunakan untuk sel kanker yang terletak di permukaan kulit (*superficial*). Untuk area yang lebih dalam (8-10 cm) menggunakan neutron epitermal. Neutron-neutron tersebut dapat diperoleh dari reaktor nuklir dan akselerator.

Pemanfaatan reaktor sebagai sumber neutron untuk keperluan BNCT memerlukan desain khusus. Salah satunya penambahan kolimator pada lengan beam port tangensial. Kolimator didesain untuk mengarahkan neutron dari sumber, mengurangi neutron cepat dan menyerap sinar gamma. Komponen kolimator terdiri lima hal yaitu dinding, moderator, filter, perisai gamma dan aperture (Altieri and Protti, 2018). Desain reaktor untuk BNCT diperlihatkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Desain Fasilitas Iradiasi BNCT dengan Sumber Neutron dari Kolom Termal Reaktor. Keterangan: 1. Teras Reaktor 2. Kolimator BNCT 3. Daerah Iradiasi Pasien 4. Kolam Reaktor 5. Beton Reaktor (Vallenry et al, 2013).

Sumber neutron yang lain untuk BNCT berasal dari akselerator. Neutron berasal dari interaksi proton dengan target. Desain BNCT menggunakan akselerator diperlihatkan Gambar 3.



Gambar 3. Desain Fasilitas Iradiasi BNCT dengan Sumber Neutron dari Akselerator (Kiyanagi, 2018).

Sumber neutron yang berasal dari reaktor dan akselerator harus memenuhi standar dari *International Atomic Energy Agency* (IAEA). IAEA menetapkan bahwa berkas neutron harus memiliki fluks neutron epitermal lebih dari $1,0 \times 10^9$ neutron $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$. Kriteria lainnya adalah rasio dosis serap komponen neutron cepat D_f serta gamma D_γ terhadap fluks neutron epitermal ϕ_e masing-masing harus kurang dari $2,0 \times 10^{-13}$ Gy cm^2 tiap neutron epitermal. Kriteria selanjutnya adalah rasio fluks neutron termal ϕ_t terhadap epitermal ϕ_e tidak boleh lebih besar dari 0,05. Kriteria IAEA selengkapnya diperlihatkan Tabel 1.

Tabel 1. Parameter Berkas Neutron yang Disarankan untuk BNCT (IAEA, 2001)

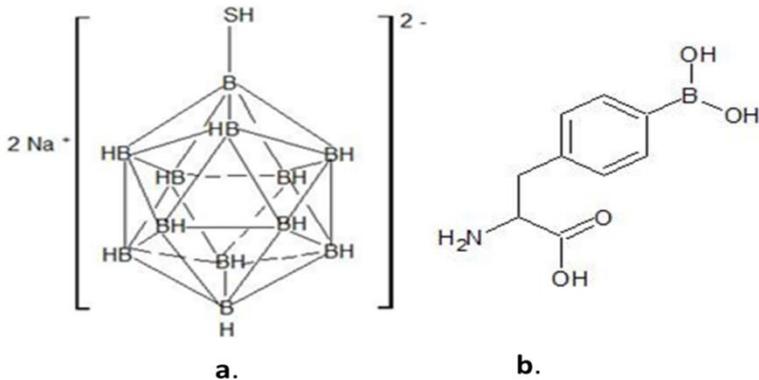
Parameter	Notasi (satuan)	Rekomendasi IAEA
Fluks neutron epitermal	$\Phi_{epi} (n / \text{cm}^2 \text{ s})$	$> 1,0 \times 10^9$
Laju dosis neutron cepat / fluks neutron epitermal	$\dot{D}_f / \Phi_{epi} (\text{Gy} - \text{cm}^2 / n)$	$< 2,0 \times 10^{-13}$
Laju dosis gamma / Fluks neutron epitermal	$\dot{D}_\gamma / \Phi_{epi} (\text{Gy} - \text{cm}^2 / n)$	$< 2,0 \times 10^{-13}$
Rasio antara fluks termal dan epitermal	Φ_{th} / Φ_{epi}	$< 0,05$

Pada umumnya sumber neutron yang berasal dari reaktor dan akselerator belum dapat digunakan langsung untuk terapi karena berupa neutron cepat. Diperlukan tambahan sistem yang mengubah neutron cepat menjadi neutron epitermal atau neutron termal agar berkas neutron tersebut sesuai standar IAEA. Perangkat yang berfungsi untuk mengatur berkas neutron agar dapat memenuhi kriteria tersebut adalah *beam shaping assembly* (BSA). Komponen BSA ada yang berfungsi untuk membuat arah (gerak) berkas neutron menjadi saling sejajar/paralel. Komponen yang lain dari BSA juga berperan untuk mengatur energi neutron dengan cara *spectrum shifting* dan *filtering*. *Spectrum shifting* menggunakan moderator untuk menurunkan energi neutron cepat ke rentang neutron termal atau epitermal. Sedangkan pada *filtering* menggunakan material yang mampu menyerap neutron dan partikel lain yang tidak dibutuhkan. Secara umum agar BSA menghasilkan neutron sesuai standar IAEA, BSA harus dilakukan optimasi geometri dan susunan bahan (Faghihi dkk., 2012). Software yang mampu dimanfaatkan untuk optimasi BSA adalah software berbasis Monte Carlo dan salah satunya adalah *Particle and Heavy Ion Transport Code System* (PHITS). Bilalodin dkk., (2022) telah berhasil mengembangkan desain BSA dalam bentuk *double Layer beam shaping assembly* (DLBSA) sebagai sistem pengolah berkas berbasis akselerator 30 MeV. Berkas neutron yang dihasilkan oleh DLBSA telah memenuhi standar IAEA.

2.4 Senyawa pembawa boron

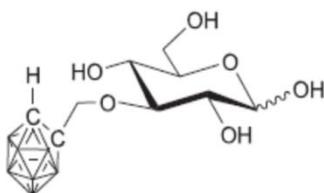
Senyawa pembawa boron adalah senyawa terboronasi sebagai agen target. Senyawa pembawa boron yang ideal mempunyai karakter sebagai berikut: (1) selektivitas yang tinggi, (2) toksisitas rendah (3) kelarutan yang sesuai di dalam air. Karena sistem dalam sel tersusun sebagian besar berupa air sebagai pelarut, dan (4) penyerapan yang tinggi oleh sel kanker (Romadon dan Alay, 2015). Senyawa pembawa boron pada awalnya menggunakan asam borat dan turunannya. Senyawa pembawa boron generasi pertama tersebut masih sederhana memiliki retensi tumor yang rendah dan tidak selektif. Akibatnya efektifitas dalam membunuh kanker masih kurang efisien. Usaha pengembangan senyawa pembawa boron terus dilakukan melalui sintesis senyawa-senyawa yang mengandung boron mulai dari yang mempunyai berat molekul rendah sampai dengan yang mengandung berat molekul tinggi. Dua senyawa pembawa boron yang berhasil disintesa adalah

BSH (*sodium borocaptate*) atau BPA (*p-boronophenylalanine*) (Yokoyama dkk., 2006). Struktur BPA dan BSH hasil pengembangan generasi pertama dan kedua diperlihatkan pada Gambar 4.

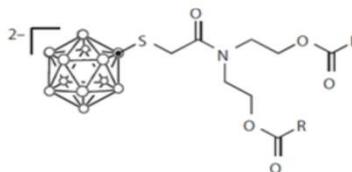


Gambar 4. Struktur Senyawa a. BSH dan b. BPA (Fukuda,2021)

Pengembangan generasi ketiga adalah senyawa pembawa boron berbasis gula, lipid, asam amino, peptid, analog curcumin dan carbon nanotube. Senyawa pembawa boron berbasis gula dimaksudkan untuk meningkatkan kelarutannya dalam air sehingga mampu menjangkau ke sel target khususnya permukaan tumor. Penggabungan BSH dengan gula menjadikan boron yang mula-mula bersifat hidroskopik atau tidak tak larut air menjadi cincin hidrofilik menjadi menjadi senyawa yang larut dalam air. Selanjutnya senyawa pembawa boron berbasis lipid dimaksudkan untuk menurunkan toksisitas. Karena lipid dapat membawa dua muatan negatif dan ekor ganda yang bersifat membentuk liposom stabil akibatnya tidak beracun. Asam amino, peptid dan carbon nanotube berfungsi meningkatkan selektifitas dan meningkatkan jumlah boron tanpa mengalami toksisitas serta daya tembus terhadap sel target. Senyawa pembawa boron berbasis gula, lipid, asam amino dan peptid diperlihatkan pada Gambar 5 (Micah dkk., 2015; Wang dkk., 2022).

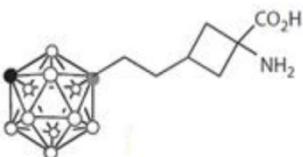


a. BSH digabungkan dengan gula

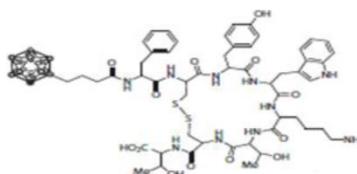


R=C₁₃H₂₇ or C₁₅H₃₁

b. BSH digabungkan dengan lipid



c. BSH digabungkan dengan asam amino



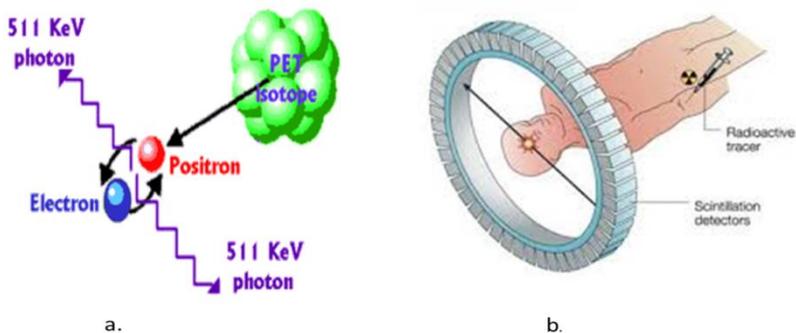
d. BSH digabungkan dengan peptid

Gambar 5. Pengembangan Senyawa Pembawa Boron Berbasis
a. Gula, b. Lipid, c. Asam Amino dan d. Peptid

2.5 Boron Imaging

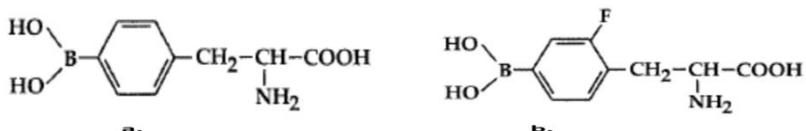
Keberadaan sel kanker dalam tubuh harus diketahui dengan pasti baik jumlah dan keberadaanya dalam organ tubuh. Keberadaan sel tumor dapat diamati menggunakan *computer tomography* (CT), dan *Magnetic resonance imaging* (MRI) (Wittig dkk., 2012; Zhang, 2020). Namun alat alat tersebut belum mampu mengetahui keberadaan agen pembawa boron yang terakumulasi dalam tumor atau distribusi boron dalam sel kanker. Salah satu teknik yang dikembangkan adalah *Boron Imaging*.

Pemeriksaan distribusi boron dalam tumor berdasarkan teknik *boron emaging* adalah menggunakan alat *Positron Emission Tomography* (PET) (Balcerzyk dkk., 2020). Dasar kerja utama PET adalah positron yaitu partikel yang memiliki massa yang sama dengan elektron tetapi bermuatan positif. Setelah positron diemisikan dari nucleon, positron akan menghilangkan muatan (anihilasi), kemudian mengemisikan dua radiasi gamma 511 keV kearah yang berlawanan. Jika dua detektor diletakkan berlawanan satu sama lain, suatu radiasi gamma 511 keV dihasilkan pada waktu bersamaan (koinciden), anihilasi akan terjadi pada garis yang menghubungkan ke dua detector tersebut (Gambar 6a). Karena detektor-detektor kontinu berada dalam sebuah cincin, saling membentuk satu sama lain sehingga dapat ditampilkan dalam bentuk gambar tiga dimensi. Pengambilan citra (gambar) menggunakan PET diperlihatkan Gambar 6b.



Gambar 6. Mekanisme Kerja PET a. Terjadinya Koinsidensi dan Anihilasi, b. Pembentukan Citra 3 Dimensi (Hanaoka dkk., 2014).

Pemeriksaan distribusi boron yang diamati menggunakan dasar isotop radiaktif yang dipancarkan sesudah sejumlah kecil zat radioaktif pelacak disuntikkan ke vena perifer. Pelacak yang diberikan sebagai suntikan intervena biasanya dilabelkan dengan ^{18}F . Secara Teknis pemeriksaan yang biasa dilakukan adalah dengan mengukur konsumsi gula pada bagian tubuh jaringan yang berbeda. Analog glukosa radioaktif yang biasa digunakan adalah ^{18}F 2 deoxy -2 fluoro-D glucose dan berfungsi untuk mendeteksi kanker di berbagai organ. Sedangkan pemeriksaan akumulasi boron dalam kanker melabelkan isotop ^{18}F pada senyawa pembawa boron. Struktur pembawa boron dan yang telah dilabel ^{18}F diperlihatkan pada Gambar 7b.



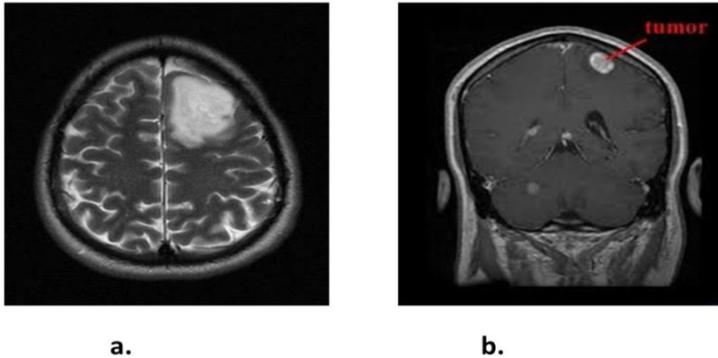
Gambar 7. Senyawa Pembawa Boron a. BPA dan b. BPA yang Telah Dilabel ^{18}F (Watanabe dkk., 2016)

2.6 Treatment Planning System

Sebelum pasien dilakukan terapi, harus dilakukan perencanaan atau *treatment planning system* yang tepat. Hal tersebut dimaksudkan untuk menjamin terapi yang aman pada pasien. Prosedur sebelum terapi, selama terapi berlangsung dan setelah terapi dilaksanakan harus dipersiapkan dengan baik.

Adapun tahapan perencanaan dalam terapi menggunakan BNCT adalah sebagai berikut (Kumada dan Takada, 2018):

- a. Melakukan pengambilan citra menggunakan CT dan MRI. *CT Scanner dan MRI* dapat menghasilkan gambar-gambar yang sangat akurat dari objek-objek di dalam tubuh seperti tulang, organ, dan pembuluh darah. Citra yang dihasilkan *CT Scanner* jauh lebih detail dibanding citra yang diperoleh *x-ray* biasa. Citra perolehan *CT Scan* menunjukkan posisi suatu objek relatif terhadap objek-objek di sekitarnya sehingga dapat mengetahui posisi objek itu secara tepat dan akurat (Barbone dkk., 2018). Perbandingan citra *CT scan* dan MRI diperlihatkan pada Gambar 8.



Gambar 8. Citra Diambil Menggunakan Alat a. CT dan b. MR.

- b. Citra hasil CT atau MRI diolah menggunakan *software treatment planning system*. Beberapa software yang digunakan saat ini BNCT rtp (*BNCT radiation treatment planning environment*), SERA (*Simulation Environment for Radiotherapy Application*), MCTPlan (*Monte Carlo Treatment Planning*) dan BDTPS (*Boron Distribution Treatment Planning System*). BNCT rtp merupakan software yang dikembangkan oleh INEEL yang memiliki kemampuan merekonstruksi citra dari CT dan MRI. Berdasarkan data rekaman medik dibuat kurva isodosi berupa kurva yang menggambarkan distribusi dosis dan bobot masing-masing posisi baik pada tumor maupun jaringan sehat. BNCT rtp telah dimanfaatkan dalam *treatment planning system* terapi kanker otak. Pengembangan software selanjutnya SERA dan NCTPlan. Software ini memiliki modul yang mampu mengkonversi

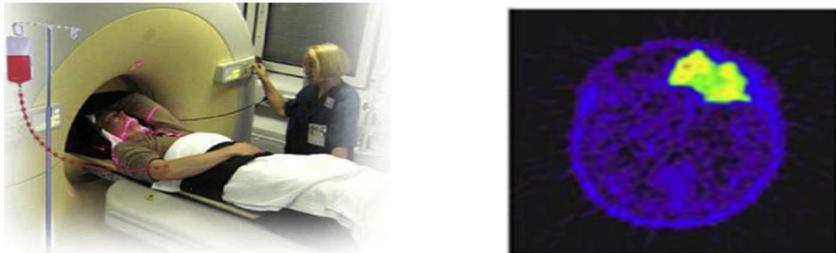
citra dat CT dan MRI sampai perhitungan doses. Tiga modul utama pada SERA yaitu modul untuk memodelkan geometri dari pasien, model perhitungan doses dan modul untuk menampilkan kontur perhitungan doses dalam bentuk 2 dimensi. Sedangkan NCTPlan memiliki kemampuan dalam menampilkan Gambar 3 dimensi. Software tersebut dapat dipadukan dengan program transport neutron MCNP4 dan mampu menampilkan laju doses selama iradiasi berlangsung. Pengembangan terkini adalah BDTPS. Metode *treatment planning system* ini memiliki tiga modul yaitu rekontruksi citra medik menjadi citra 3 dimensi, modul monte carlo dan modul boron. Keunggulan metode tersebut adalah adanya modul boron didasarkan pada data PET scan. Keunggulan lain dapat dipadukan dengan program transport neutron MCNP4 dan MCNPX (Nievaart dkk., 2007; Kumada dan Takada, 2018).

2.7 Uji klinik BNCT

Uji klinik BNCT diusulkan pertama kali oleh Sweet pada tahun 1951 untuk terapi kanker otak. Hingga saat ini beberapa kanker yang berhasil diterapi menggunakan BNCT adalah Glioblastoma, kanker kepala-leher, dan kulit (melanoma) (Malouff dkk., 2021). Beberapa kanker yang sedang dicoba diterapi menggunakan BNCT adalah kanker paru, mata, prostat dan payudara (Gadan dkk., 2015; Seneviratne dkk., 2022; Wang dkk., 2022). Prosedur uji klinik diperlihatkan melalui beberapa tahap yaitu: injeksi agen boron 10, pengatan PET Scan, dan iradisi neutron pada pasien. Gambar tahapan pengobatan kanker menggunakan metode BNCT diperlihatkan pada Gambar 9.

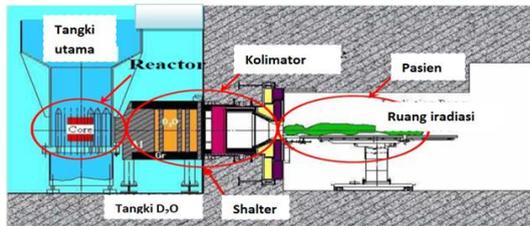
BNCT memanfaatkan nuklida stabil ^{10}B untuk menangkap neutron melalui reaksi $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$. Proses infusi nuklida stabil ^{10}B ke dalam tubuh sangat berpengaruh terhadap jumlahnya yang terakumulasi ke dalam sel kanker. Tipe penyuntikan yang telah ada adalah *intravena* (i.v.) dan *intracarotidly* (i.c.). *Intravena* merupakan penyuntikan senyawa yang mengandung ^{10}B melalui pembuluh vena sedangkan penyuntikan secara *intracarotidly* merupakan penyuntikan senyawa yang mengandung ^{10}B melalui arteri carotit internal. Penyuntikan dengan i.v. diperoleh rasio antara konsentrasi boron di sel kanker dan di darah adalah 3,5:1. Sedangkan untuk metode infusi i.c. menghasilkan rasio yang jauh lebih besar yaitu 10:1. Setelah ^{10}B bereaksi dengan neutron epitermal maka menjadi

^{11}B dalam keadaan yang tidak stabil dan untuk menuju stabil maka meluruh dalam waktu 10-12 detik menjadi ^{10}Li , α dan sinar gamma dengan energinya masing masing 1,47 MV, 0,8 MeV dan 0,48 MeV. Partikel α dan ^7Li memiliki *Linear Energy Transfer* (LET) yang tinggi, masing-masing adalah 196 keV/ μm dan 162 keV/ μm . Jangkauan dari kedua partikel ini masing-masing berjarak 4,1 μm dan 7,7 μm sehingga iradiasi dapat secara selektif pada sel yang mengandung ^{10}B (Hu dkk., 2020).



a.

b.



c.

Gambar 9. Tahapan Uji Klinis Terapi Kanker Menggunakan Metode BNCT.

a. Pasien Diinfuse Menggunakan ^{18}f -BPA, b. Pemeriksaan PET/CT, dan c. Iradiasi Neutron Menggunakan Reaktor (Liu, 2006)

Ada dua jenis neutron yang dapat digunakan sebagai sumber neutron dalam BNCT yaitu neutron termal dan epitermal. Neutron termal biasanya digunakan untuk sel kanker yang terletak di permukaan kulit (*superficial*) sedangkan untuk neutron epitermal digunakan pada daerah sel kanker yang lebih dalam yaitu 8 sampai 10 cm dari permukaan kulit karena akan termoderasi terlebih dahulu oleh jaringan tubuh sehingga ketika mencapai sel kanker sudah dalam bentuk neutron termal.

Teknik BNCT dinilai menguntungkan karena terjadinya radiasi dalam rentang waktu sangat singkat sehingga jaringan sel normal dapat terhindar dari paparan radiasi. Selain itu,

dengan metode *selective targeting* tidak akan berbahaya bagi sel-sel normal lainnya. Hanya sel-sel kanker saja yang hancur akibat radiasi neutron tersebut. Adanya kesuksesan metode ini dalam uji invitro, invivo dan uji klinis maka pada tahun 2021 telah memasuki penggunaan klinis secara rutin di Jepang dan Eropa. Guna mendukung perkembangan metode BNCT para ilmuwan masih terus mengembangkan sumber-sumber neutron yang lebih efisien dan senyawa boron yang ideal untuk menunjang berhasilnya metode BNCT di masa mendatang.

3. Kesimpulan

BNCT merupakan metode terapi kanker bersifat *sel targeted*. Kehadiran metode BNCT diharapkan dapat menghadirkan terapi kanker yang lebih efisien. Disamping itu dapat mengatasi kelemahan metode operasi, kemoterapi dan radioterapi konvensional. Kunci sukses dalam pengembangan terapi kanker menggunakan metode BNCT adalah adanya sumber neutron yang memenuhi persyaratan IAEA dan adanya senyawa agen pembawa boron yang mampu terakumulasi maksimum dalam sel tumor. Pengembangan lain yang sedang dilakukan dalam menunjang kesuksesan metode BNCT adalah *Boron Imaging dan treatment Planing System*. Adanya *boron imaging* distribusi boron dalam sel kanker dapat diketahui lebih akurat. Sedangkan *treatment Planing System* berupa *software* komputasi mampu mensimulasikan kebutuhan dosis radiasi sebelum terapi BNCT dilakukan. Keberhasilan BNCT dalam tahapan uji invivo, invitro dan uji klinis terhadap kanker menjadi harapan baru bahwa BNCT layak diterapkan secara rutin di rumah sakit.

Daftar Pustaka

- Akiyama, Y., Kimura, Y., Enatsu, R., Mikami, T., Wanibuchi, M., dan Mikuni, N. (2018). Advantages and Disadvantages of Combined Chemotherapy with Carmustine Wafer and Bevacizumab in Patients with Newly Diagnosed Glioblastoma: A Single-Institutional Experience. *World Neurosurgery*, 113: e508-e514.
- Al-Mefty, O., Kersh, J.E., Routh, A., dan Smith, R.R. (1990). The Long-Term Side Effects of Radiation Therapy for Benign Brain Tumors in Adults. *Journal of neurosurgery*, 73(4): 502-512.
- Altieri, S., dan Protti, N. (2018). A Brief Review on Reactor-Based Neutron Sources for Boron Neutron Capture Therapy. *Ther. Radiol. Oncol.*, 2: 47.

- Anderson, I.S., Andreani, C., Carpenter, J.M., Festa, G., Gorini, G., Loong, C.K., dan Senesi, R. (2016). Research Opportunities with Compact Accelerator-Driven Neutron Sources. *Physics Reports*, 654: 1-58.
- Balcerzyk, M., De-Miguel, M., Guerrero, C., dan Fernandez, B. (2020). Quantification of Boron Compound Concentration for BNCT using Positron Emission Tomography. *Cells*, 9(9): 2084.
- Barbone, G.E., Bravin, A., Romanelli, P., Mittone, A., Bucci, D., Gaaß, T., ... dan Coan, P. (2018). Micro-imaging of Brain Cancer Radiation Therapy using Phase-contrast Computed Tomography. *International Journal of Radiation Oncology*Biological* Physics*, 101(4): 965-984.
- Barth, F.R., Coderra, A.J. (2005). Boron Neutron Capture Therapy: Current Status and Future Prospects. *Clinic Cancer*, 11: 3987-4002.
- Bilalodin, Haryadi, A., Sari, K. and Wihantoro (2022). Optimization and Verification of Double Layer Beam Shaping Assembly (DLBSA) for Epithermal Neutron Generation. *Jurnal Teknologi*, 84(4): 103-112.
- Dymova, M.A., Taskaev, S.Y., Richter, V.A., dan Kuligina, E.V. (2020). Boron Neutron Capture Therapy: Current Status and Future Perspectives. *Cancer Communications*, 40(9): 406-421.
- Faghihi, F. (2012). Monte Carlo Simulation for Beam Shaping Assembly of Boron Neutron Capture Therapy. *Proceeding of the International Conference on Industrial Engineering and Operation Management*, Istanbul Turkey, 719-728.
- Fukuda, H. (2021). Response of Normal Tissues to Boron Neutron Capture Therapy (BNCT) with ^{10}B -Borocaptate Sodium (BSH) and ^{10}B -Paraboronophenylalanine (BPA). *Cells*, 10(11): 2883.
- Gadan A.M., González, J.S., Batalla M., Olivera S.M., Policastro, L., Szejnberg, D. (2015). Application of BNCT to the Treatment of HER2+ Breast Cancer Re-currences: Research and Developments in Argentina. *Aplication Radiation Isotop*, 104:155-159.
- Hanaoka, K., Watabe, T., Naka, S., Kanai, Y., Ikeda, H., Horitsugi, G., Kato, G., Isohashi, K., Shimosegawa, dan Hatazawa, J. (2014). FBPA PET in Boron Neutron Capture Therapy for Cancer: Prediction of ^{10}B Concentration in the Tumor and Normal Tissue in A Rat Xenograft Model. *EJNMMI Research*, 4-70.

- Hu, N., Tanaka, H., Kakino, R., Yoshikawa, S., Miyao, M., Akita, K., ... & Ono, K. (2021). Evaluation of a Treatment Planning System Developed for Clinical Boron Neutron Capture Therapy and Validation Against an Independent Monte Carlo Dose Calculation System. *Radiation Oncology*, 16(1): 1-13.
- Hu, N., Tanaka, H., Takata, T., Endo, S., Masunaga, S., Suzuki, M., dan Sakurai, Y. (2020). Evaluation of PHITS for Microdosimetry in BNCT to Support Radiobiological Research. *Applied Radiation and Isotopes*, 161: 109148.
- International Atomic Energy Agency. (2001). *Current Status of Neutron Capture Therapy*. Vienna: International Atomic Energy Agency.
- Kim K.J. dan Kim O.K. (2009). Current Research on Accelerator Based Boron Neutron Capture Therapy in Korea. *Nuclear Engineering and Thechnology*, 41: 531-544.
- Kiyanagi, Y. (2018). Accelerator-Based Neutron Source for Boron Neutron Capture Therapy. *Ther Radiol Oncol*, 2: 55-55.
- Kumada, H., dan Takada, K. (2018). Treatment Planning System and Patient Positioning for Boron Neutron Capture Therapy. *Ther Radiol Oncol*, 2: 50-50.
- Liu, M.H. (2006). MCNP Code Used for Neutron Beam Design in BNCT Nuclear Science and Technical Development Center.
- Majeed, H., dan Gupta, V. (2021). Adverse Effects of Radiation Therapy. In *Stat Pearls [Internet]*. StatPearls Publishing.
- Malouff, T.D., Seneviratne, D.S., Ebner, D.K., Stross, W.C., Waddle, M.R., Trifiletti, D.M., dan Krishnan, S. (2021). Boron Neutron Capture Therapy: A Review of Clinical Applications. *Frontiers in Oncology*, 11: 601820.
- Luderer, J.M., Puente, P., dan Azab, K.A. (2015). Advancements in Tumor Targeting Strategies for Boron Neutron Capture Therapy. *Pharm Res*, 32: 2824–2836.
- Moss, I.R. (2014). Critical Review with an Optimistic Outlook on Boron Neutron Captur therapy (BNCT). *Applied Radiation and Isotope*, 88: 2-11.
- Nievaart, A.V., Daquino G.G., dan Mos, L.R. (2007). Monte Carlo Based Treatment Planning Systems for Boron Neutron Capture Therapy in Petten. The Netherlands, *Journal of Physics: Conference Series* 74: 1-12.
- Puppo, P., Introini, C., dan Naselli, A. (2007). Surgery Insight: Advantages and Disadvantages of Laparoscopic Radical

- Cystectomy to Treat Invasive Bladder Cancer. *Nature Clinical Practice Urology*, 4(7): 387-394.
- Romadon, M., dan Alay, E.A. (2015). Boron Delivery Agen Used in Boron Neutron Capture Therapy for Cancer Treatment: an Overview. *Internation Journal of Pharmacheutical Research and Science*, 4: 14-39.
- Sauerwein, W.A., Sancey, L., Hey-Hawkins, E., Kellert, M., Panza, L., Imperio, D., ... dan Wittig, A. (2021). Theranostics in Boron Neutron Capture Therapy. *Life*, 11(4): 330.
- Sauerwein, W. (2012). Boron Neutron Capture Therapy (BNCT): Principle and Application. London: Springer Verlag.
- Seneviratne, D., Advani, P., Trifiletti, D.M., Chumsri, S., Beltran, C.J., Bush, A.F., dan Vallow, L.A. (2022). Exploring the Biological and Physical Basis of Boron Neutron Capture Therapy (BNCT) as a Promising Treatment Frontier in Breast Cancer. *Cancers*, 14(12): 3009.
- Sweet, H.W. (1997). Early History of Development of Boron Neutron Capture Therapy of Tumor. *Neuro Oncology*, 33: 19-26.
- Vallenry, Y.B., Widiharto, A., Sardjono, Y. (2013). Pemodelan Kolimator di Radial Beam Port Reaktor Kartini untuk Boron Neutron Capture Therapy. *J. Tek. Reaktor. Nukl.*, 16(1): 11-20.
- Wang, S., Zhang, Z., Miao, L., dan Li, Y. (2022). Boron Neutron Capture Therapy: Current Status and Challenges. *Frontiers in Oncology*, 12.
- Watanabe, T., Hattori, Y., Ohta, Y., Ishimura, M., Nakagawa, Y., Sanada, Y., ... dan Kirihata, M. (2016). Comparison of the Pharmacokinetics between L-BPA And L-FBPA using the Same Administration Dose and Protocol: A Validation Study for the Theranostic Approach using [18F]-L-FBPA Positron Emission Tomography in Boron Neutron Capture Therapy. *BMC Cancer*, 16(1): 1-10.
- Wittig, A., dan Sauerwein G.A.W. (2012). Boron Analysis and Boron Imaging in BNCT *Neutron Capture Therapy*, 359. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Yokoyama, K., Shin-Ichi Miyatake, S., Kajimoto, Y., Kawabata, S., Atsushi D., Yoshida, T., Asano, T., Kirihata, M., Ono, K., dan Kuroiwa, T. (2006). Pharmacokinetic Study of BSH and BPA in Simultaneous Use for BNCT. *Journal of Neuro-Oncology*, 78: 227-232.

Zhang, J., Traylor, K.S., dan Mountz, J.M. (2020) PET and SPECT Imaging of Brain Tumors. In *Seminars in Ultrasound, CT and MRI*, 41(6): 530-540. WB Saunders.

SANDI VIGENERE DAN EKSISTENSINYA DI INDONESIA

Agung Prabowo^{1*)} dan Diva Sabina Permatasari²⁾

¹⁾ Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,

Universitas Jenderal Soedirman

²⁾ Program Studi Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah,
Universitas Islam Negeri K.H. Saifuddin Zuhri

agung.prabowo@unsoed.ac.id^{*)}

Abstrak. Penyandian telah digunakan sejak masa perang Romawi dengan Persia, hingga dikenal sandi Kaisar. Pada masa berikutnya yang sangat lama, sandi Kaisar dikembangkan menjadi sandi Vigenere. Tulisan ini berusaha memberikan penjelasan mengenai sandi Vigenere dan memberikan bukti keberadaannya di Indonesia. Tulisan ini diselesaikan dengan kajian pustaka dan penelusuran jejak sejarah di Indonesia yang mengawetkan penggunaan sandi Vigenere. Hasil penelitian memberikan petunjuk nyata bahwa Indonesia, sebagai negeri yang pernah dijajah oleh Belanda ternyata mengawetkan penggunaan sandi Vigenere. Sandi tersebut terpahat sebagai epitaf panjang pada sebuah pusara dan dipecahkan dengan kata kunci ZSTX. Dan, secara mengejutkan ternyata sandi tersebut mengungkapkan cinta mendalam dari seorang Belanda kepada istrinya yang asli Indonesia bernama Djamijah.

Kata kunci: Djamijah *cipher*, enkripsi, kata kunci.

Abstract. *Encoding has been used since the time of the Roman war with Persia, until it was known as the Caesar code. In the next very long period, the code Emperor was developed into the Vigenere cipher. This paper attempts to provide an explanation of the Vigenere cipher and provide evidence of its existence in Indonesia. This paper was completed with a literature review and tracing of historical traces in Indonesia that preserve the use of the Vigenere cipher. The results of the study provide a clear indication that Indonesia, as a country that was once colonized by the Dutch, has preserved the use of the Vigenere cipher. The cipher was carved as a long epitaph on a tomb and cracked with the keyword ZSTX. And, surprisingly, the code*

revealed the deep love of a Dutchman for his Indonesian wife named Djamijah.

Keywords: *Djamijah cipher, encryption, keywords.*

1. Pendahuluan

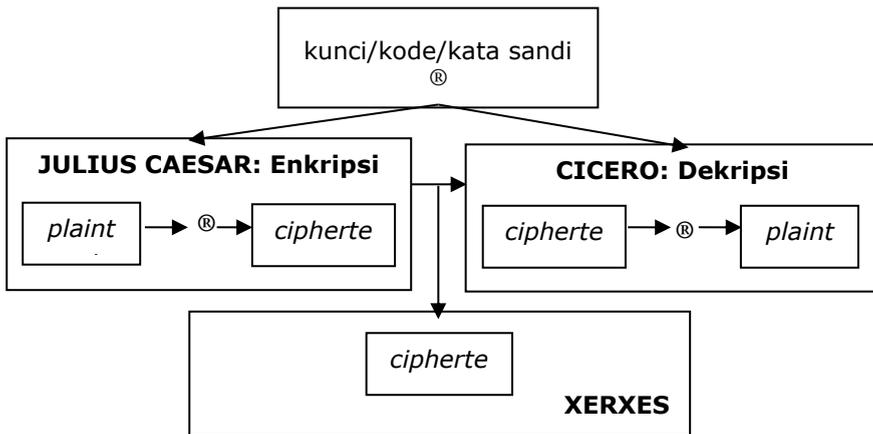
Pada jaman dulu para raja, ratu dan jenderal mengembangkan cara berkomunikasi yang efektif sehingga jika pesan-pesan yang dikirimkan jatuh ke tangan musuh maka musuh kesulitan untuk memecahkan pesan tersebut. Oleh karena itu, diciptakan metode pembuatan pesan sehingga pesan tersebut hanya dapat dibaca oleh penerima yang dituju.

Dalam kriptografi terdapat dua pihak yaitu pengirim pesan dan penerima pesan. Pengirim pesan akan mengirimkan pesan dalam bentuk *ciphertext* (pesan yang disandikan). Penerimaan pesan menerima *ciphertext* tersebut dan memecahkannya menjadi *plaintext* sehingga dapat diketahui pesan yang sesungguhnya. Pesan asli yang dapat langsung dibaca akan diistilahkan dengan *plaintext* sedang pesan terkirim atau pesan rahasia yang telah disandikan akan disebut *ciphertext*.

Dalam kriptografi, kedua pihak telah sepakat dengan satu kata kunci (kode/sandi) yang disepakati sehingga kedua pihak tidak mengalami kesulitan dalam berkomunikasi lewat pesan rahasia tersebut. Liku-liku pengiriman pesan rahasia adalah munculnya pihak ketiga yang sebenarnya tidak terlibat dalam proses tersebut namun karena memperoleh pesan rahasia (baik sengaja maupun tidak), pihak ketiga ini menjadi berkepentingan untuk memecahkan pesan tersebut dan mengorek informasi yang dikandungnya. Pihak ketiga tentu saja tidak punya kata kunci (kode/sandi) sehingga ia harus berusaha menemukan kunci tersebut agar pesan rahasia yang diperolehnya dapat dipecahkan.

Contoh klasik penggunaan kriptografi adalah komunikasi rahasia antara Kaisar Romawi bernama Julius Caesar dengan Cicero, filosof dan sastrawan Romawi. Ketika Julius Caesar mengirimkan pesan rahasia kepada Cicero, sangat mungkin bahwa pesan yang dikirimkan Julius Caesar tidak sampai kepada Cicero, tetapi jatuh pada pihak ketiga, sebutlah Xerxes, Kiswa (Kaisar) Persia yang merupakan musuh Julius Caesar. Agar pesan tersebut tidak dapat dibaca oleh Xerxes, maka Julius Caesar harus menuliskannya sebagai pesan rahasia atau pesan yang disandikan, disebut *ciphertext*.

Julius Caesar dan Cicero mempunyai kunci yang dapat digunakan untuk membuat atau memecahkan pesan tersebut (*ciphertext*), sementara Xerxes tidak mempunyai kuncinya. Jika pesan yang disandikan tersebut jatuh ke tangan Xerxes, maka diharapkan Xerxes tidak dapat membacanya, kecuali Xerxes berhasil menemukan kunci tersebut.



Gambar 1. Skema Kriptografi

Untuk membuat pesan rahasia, Julius Caesar harus melakukan enkripsi yaitu merubah pesan asli (*plaintext*) menjadi pesan yang disandikan (*ciphertext*) dan pesan inilah yang nantinya dikirimkan kepada Cicero. Proses kebalikannya disebut dekripsi yang akan dilakukan oleh Cicero setelah menerima pesan dari Julius Caesar. Hasil dari dekripsi adalah pesan asli (*plaintext*). Proses enkripsi dan dekripsi yang dilakukan oleh Julius Caesar dan Cicero menggunakan kata sandi yang sama. Pihak ketiga yaitu Xerxes juga berusaha melakukan proses dekripsi seperti yang dilakukan oleh Cicero, namun Xerxes harus mampu menemukan kuncinya terlebih dahulu. Penyandian seperti ini kemudian hari dikenal sebagai Sandi Kaisar (*Caesar cipher*).

Ide dasar dalam Sandi Kaisar adalah pergeseran yang menghasilkan substitusi. Setiap huruf pada pesan asli digantikan (disubstitusikan) menjadi huruf tertentu pada dengan cara digeser (sekian karakter ke arah kanan) menjadi huruf tertentu pada pesan sandi. Sebagai contoh, dengan pergeseran tiga langkah ke arah kanan, huruf A akan digantikan oleh huruf D.

Sandi Vigenere merupakan pengembangan dari sandi Kaisar. Bentuk sandi Vigenère pertama kali tercatat dalam *Traicté de Chiffres* yang dipublikasikan oleh kriptografer Perancis, Blaise de Vigenère (1523-1596) pada tahun 1586. Perkembangan sandi Vigenere antara lain dapat dilacak pada hasil riset Kester (2012), Kester (2013) dan Sinha dan Bhamidipati (2014).

Kester (2012) meneliti tentang penyandian Vigenere menggunakan beberapa kata kunci. Setahun kemudian, Kester (2013) memodifikasi sandi Vigenere dengan metode transposisi kolom. Sedangkan Sinha dan Bhamidipati (2014) menggunakan transposisi kolom ganda dalam penyandian Vigenere

Tulisan ini dibuat untuk mengenalkan sandi Vigenere yang merupakan pengembangan dari sandi Kaisar. Selain itu, untuk memberikan bukti nyata penggunaan sandi Vigenere di Indonesia.

2. Metode Penelitian

Tulisan ini diselesaikan dengan metode penelitian berupa kajian pustaka dan penelusuran jejak sejarah di Indonesia yang mengawetkan penggunaan Sandi Vigenere. Studi pustaka dilakukan di Jurusan Matematika Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto dan Program Studi Tadris Matematika UIN K.H. Saifudin Zuhri, Purwokerto. Penelusuran tersebut dilakukan dengan berbantuan internet dan artikel terkait yang telah dipublikasikan sebelumnya.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Sandi Vigenere

Perhatikan contoh berikut ini yang merupakan konstruksi dari Sandi Vigenere. Misalkan akan dibuat sandi untuk kata "DIENG ITU INDAH". Dieng *plateau* merupakan lokasi wisata di Propinsi Jawa Tengah. Dieng merupakan daerah pertanian bawang merah dan tembakau. Salah satu buah yang mungkin hanya tumbuh di Dieng adalah carica atau papaya Dieng dengan nama ilmiah *Vasconcellea Cundinamarcencis*. Buah tersebut diolah menjadi minuman segar. Selain itu, pada masa lalu Dieng merupakan wilayah suci bagi umat Hindu. Saat itu Dieng dihiasi oleh hampir 400 buah candi yang pada masa Thomas Stanford Raffles memerintah Jawa menceritakan keberadaan 400 candi tersebut pada bukunya *The History of Java*. Saat ini, hanya tersisa candi sebanyak hitungan jari, dan hampir sebagian besar penduduknya adalah pemeluk Islam, meskipun ritual-ritual budaya tetap dipertahankan seperti pemotongan

rambut *gimbal*. Setiap tahun Dieng diramaikan dengan *Dieng Culture Festival*.



Gambar 2. Dari Kiri Atas: Dieng *Culture Festival*, Percandian di Salah Satu Sudut Dieng, Buah Carica dan Olahannya
<https://www.bbc.com/indonesia/indonesia-53619707>

Untuk menyandikan kata "DIENG ITU INDAH" misalkan dipilih kata sandi "DIVA". Urutan huruf dalam sistem aksara diberi nomor urut atau kode berupa angka mulai dari A = 00, B = 01 dan seterusnya sehingga huruf terakhir yaitu Z diberi kode 25. Akibatnya, Kata sandi DIVA mempunyai kode DIVA = 03 08 21 00. Tabel 1 mendaftarkan kode angka untuk setiap huruf dalam sistem aksara.

Tabel 1. Kode Angka untuk Masing-Masing Huruf

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Agar orang lain tidak dapat membaca pesan yang dikirim tersebut, maka pesan yang dikirim bukan DIENG ITU INDAH tapi GQEUJQTBLVDHK. Berikut ini cara memperoleh sandi tersebut (Tabel 2). Jadi, untuk merahasiakan pesan DIENG ITU INDAH, maka pesan yang dikirim adalah GQZNJQOULVYAK.

Tabel 2. Proses Enkripsi Merubah Pesan Asli Menjadi Pesan Rahasia dengan Kata Sandi DIVA

Kata yang disandikan	D	I	E	N	G	I	T	U	I	N	D	A	H
Konversi ke angka	03	08	04	13	06	08	19	20	08	13	03	00	07
Sandi DIVA	03	08	21	00	03	08	21	00	03	08	21	00	03
Jumlah	06	16	25	13	09	16	40	20	11	21	24	00	10
Jika > 25, kurangi 26	06	16	25	13	09	16	14	20	11	21	24	00	10
Konversi ke huruf	G	Q	Z	N	J	Q	O	U	L	V	Y	A	K

Proses kebalikannya dapat dilakukan. Jika seseorang menerima pesan PCNIPXZTLWUDP, untuk menentukan pesan yang dikirim perlu dilakukan proses yang berkebalikan. Pesan sesungguhnya adalah MUSIM PETIK BUAH. Berikut ini cara untuk memecahkan pesan PCNIPXZTLWUDP dengan kata sandi DIVA = 03 08 21 00. Jadi, pesan yang dikirim adalah MUSIM PETIK BUNGA (Tabel 3).

Tabel 3. Proses Dekripsi Mengubah Pesan Rahasia Menjadi Pesan Asli dengan Kata Sandi DIVA

Sandi yang diterima	P	C	N	I	P	X	Z	T	L	S	W	U	D	P
Konversi ke angka	15	02	13	08	15	23	25	19	11	18	22	20	03	15
Sandi DIVA	03	08	21	00	03	08	21	00	03	08	21	00	03	08
Selisih	12	-06	-08	08	12	15	04	19	08	10	01	20	00	07
Jika negatif tambah 26	12	20	18	08	12	15	04	19	08	10	01	20	00	07
Pesan yang dikirim	M	U	S	I	M	P	E	T	I	K	B	U	A	H

3.2 Eksistensi Sandi Vigenere di Indonesia

Pada sebuah pusara yang ditemukan di Kota Pacitan, Jawa Timur, Indonesia, yang dibawahnya bersemayam wanita yang mati pada muda usia (1873 – 1901), mengguratkan 26 baris sandi yang tergolong dalam Sandi Vigenère (Gambar 3).

Salah satu cabang matematika yang membahas Sandi Vigenère ini adalah Teori Bilangan. Kita dapat menemukan pada Bab 10: *Introduction to Cryptography* dalam buku *Elementary Number Theory* karya David M. Burton. Cameron (2003) menyebutkan kriptografi sebagai bagian dari Teori Komunikasi yang disebut Teori Koding.

Negeri Belanda. 1883. Ahli linguistik Belanda bernama Auguste Kerckhoffs von Nieuwenhof menerbitkan buku *La Cryptographie Militaire* (Singh, 2001). Buku tersebut memuat prinsip penyandian yang saat ini dikenal dengan namanya, *Kerckhoffs' Principle* (Singh, 2001). Interpretasi bebas dari prinsip ini yang selalau digunakan dalam penyandian adalah: Julius Caesar (pengirim pesan) dan Cicero (penerima pesan) harus selalu berasumsi bahwa pihak ketiga (Xerxes) mengetahui sistem pengkodean yang mereka gunakan sedemikian sehingga Xerxes akan dapat memecahkan *ciphertext* (pesan terkirim) yang diperolehnya. Ketiganya berpikir bahwa kerahasiaan pesan ini terletak pada kunci yang melindunginya.



Gambar 3. Pusara yang Memuat Sandi Vigenère dari Pacitan
Foto Diambil dari Doc Humas Pemkab Pacitan,
Sumber: <https://ngrasanipacitan.wordpress.com/tag/djamijah/>

Mengacu pada angka tahun tersebut, pastilah Kerckhoffs tahu mengenai Sandi Kaisar, Sandi Vigenère, Sandi Playfair. Jika delapan belas tahun kemudian muncul Sandi Vigenère di Pacitan, wilayah yang menjadi jajahan Belanda, cukup besar kemungkinannya pembuat Sandi Vigenère di Pacitan pernah membaca buku Kerckhoffs, jika bukan ia sendiri pembuatnya.

Tokyo, 2 Oktober 1990. *Finally, the cipher of Pacitan cracked at the first attempt, when as if by magic the computer screen showed: GDHR INNIG GELIE FDEVR OUWED JAMIJ AHGEB ORENI NACHT TIENH* (Rommelink, 1995).

Sebuah pusara yang saat ini masih dapat ditemukan di Pacitan menjadi bukti adanya Sandi Vigenère di Indonesia, meskipun nisan/pusara tersebut peninggalan Hindia-Belanda. Guratan Sandi Vigenère pada Pusara Djamiyah (baca: Jamiyah) masih dapat disaksikan hingga hari ini di Pacitan, Jawa Timur. Kabarnya, prasasti batu nisan harus dipesan dari negeri Belanda, dan tidak dibuat di Batavia. Gambar 6 adalah pusara yang memahatkan sandi tersebut.

Petikan sandi pada pusara tersebut adalah sebagai berikut. Beberapa huruf (tanda *) tidak lagi terbaca, namun dengan berhasil dipecahkannya sandi ini maka huruf-huruf yang tidak terbaca dapat kembali dibangkitkan (ditemukan). Tabel 4 menyajikan huruf-huruf yang dipahatkan pada pusara Djamiyah, yang memuat 26 baris.

Tabel 4. Pahatan Huruf pada Pusara Djamiyah (*Ciphertext*)

Baris 1	Z * G J X F X F M F * D F W E F-
Baris 2	D X W B U J H R V W W G Z E B G-
Baris 3	Z Z. Z B A G K B M A G X B Z M Q-
Baris 4	H W G E N F W B * V W O H W X K
Baris 5	Y W O B M L * D, N N X O K W W B M
Baris 6	V X K S O T X K X W B M V X Z D-
Baris 7	E U B Q F X D D F M F D F A L M
Baris 8	V X O C W G B D F
Baris 9	H J X F W G Z E B G Z Z F V M J
Baris 10	H L R N T K R S K L M Z H B L G
Baris 11	X Q H C N J X F X I H W Y A D W G
Baris 12	E N G Z X B Z M F M Y U B S M B-
Baris 13	D D F? W B G W X I D O X O D D W
Baris 14	F R E R A Z S K Q N W M B J D X
Baris 15	F M. R T I H C N L N A M T * V X-
Baris 16	O Y A X K? Z D L B Q W X K K W
Baris 17	O B M A L E H W K K Z E T X K K
Baris 18	* * * * Z V S Z T K R A G E * *
Baris 19	* * * S W V R R R K. F Q P X Z J M
Baris 20	* * G Z L D V X K V W K A Y G *

Baris 21 * * L O R H D Z B F G H F C . V T
 Baris 22 * * G F . F J R T I C W G J N W B
 Baris 23 * * C X K V W Z L U W K D N D Z -
 Baris 24 L S Z T K D E X K D F N T D W K
 Baris 25 Q D J N D U A G A D F . M L S O X -
 Baris 26 A D J S F D F L !

Dalam Sandi Vigenère dari Pacitan ini, tanda baca titik, tanda seru, tanda tanya, tanda hubung dan koma tidak disandikan. Penggunaan angka juga tidak ditemukan bahkan untuk mewakilinya digunakan lafal bilangan.

Untuk dapat membaca sandi rahasia tersebut, harus ditemukan kuncinya. Tulisan ini tidak mencakup kriptanalisis yang mencoba untuk menemukan kunci dari Sandi Vigenère tersebut. Pada akhirnya, kita mendapati hal yang sungguh menarik bahwa kunci dari sandi ini adalah tahun kelahiran wanita yang dipersonifikasikan dalam sandi ini.

Willem G.J. R Emmelink dengan dibantu oleh Mr. J.W. Stumpel melalui program komputernya, berhasil menemukan kunci untuk Sandi Vigenère pada pusara Djamijah. Kunci yang ditemukan adalah Kunci ZSTX. Dalam bentuk barisan, kunci ZSTX dapat dinyatakan dengan 25, 18, 19, 23. Sandi ini berhasil dipecahkan pada 2 Oktober 1990, di Tokyo. Ini merupakan contoh penggunaan sandi Vigenere. Tabel 5 menyajikan contoh dekripsi untuk sandi Djamijah. Pada Tabel 5 hanya dilakukan untuk baris 1, sedangkan baris lainnya identik. Kata kunci lain yang dapat digunakan adalah BIHD (Prabowo, 2015).

Tabel 5. Proses Dekripsi Sandi Djamijah untuk Sebelas Huruf yang Pertama pada Baris 1 dengan Kata Sandi ZSTX

<i>Ciphertext</i> Baris 1	Z	*	G	J	X	F	X	F	M	F	*
Konversi	25		06	09	23	05	23	05	12	05	
Sandi ZSTX	25	18	19	23	25	18	19	23	25	18	19
Selisih	00		-13	-14	-02	-13	04	-18	13	-13	
+26 jk negatif	00		13	12	24	13	04	08	13	13	
Pesan asli (<i>Plaintext</i>)	A	A	N	M	Y	N	E	I	N	N	I

Pada Tabel 5, untuk baris 1 terdapat huruf yang tidak dapat dibaca (diberi tanda *), yaitu huruf ke-2 dan ke-11. Namun, dengan diketahuinya kata sandi, maka dapat

ditentukan dengan pasti huruf yang seharusnya. Sebagai catatan, pesan asli dituliskan dalam Bahasa Belanda. Dengan cara yang sama, pesan asli dari penyandian pada pusara Djamijah dapat dibaca secara lengkap. Hasilnya diberikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Pesan Asli pada Pusara Djamijah (*Plaintext*)

Baris 1	AANMYNEINNIGGELI-
Baris 2	EFDEVROUWEDJAMIJ-
Baris 3	AH.GEBORENINACHTT-
Baris 4	IENHONDERDDRIEEN
Baris 5	ZEVENTIG,OVERLEDEN
Baris 6	DENTWAALFDENDECE-
Baris 7	MBERNEGENTIENHON
Baris 8	DERDENEEN
Baris 9	OMYNDJAMIJAHMYNR
Baris 10	OOSVANSARONHOEMO
Baris 11	ETIKUMYNELIEFDEEN
Baris 12	HOOGACHTINGBETUI-
Baris 13	GEN?DEHEELEWERELD
Baris 14	ISMYDAARTOETEKLE
Baris 15	IN.ZALIKUOOITWED-
Baris 16	RZIEN?ALSEREENLE
Baris 17	VENISHIERNAMAALS
Baris 18	MOETGYTHANSINHET
Baris 19	PARADYSZYN.GYWAART
Baris 20	ZOOGOEDENWERDZOO
Baris 21	METVUILGEGOOID.DA
Baris 22	AROM.IKZALDENMOEI
Baris 23	LYKENWEGOVERGOLG-
Baris 24	OTHANEMENENUWEER
Baris 25	TERUGVINDEN.TOTWE-
Baris 26	DERZIENS!

Terjemahan bebas dari bahasa Belanda ke dalam Bahasa Indonesia kurang lebih sebagai berikut: *"Untuk istri yang sangat kucintai Djamijah. Terlahir 1873 meninggal 12 Desember 1901. Oh Djamijahku, bunga mawarku (rose of Sharon). Bagaimana saya dapat mengungkapkan rasa cinta dan hormatku kepadamu? Seluruh dunia ini menjadi sempit bagiku. Apakah aku akan bertemu denganmu lagi? Seandainya ada kehidupan di alam baka, tentu kamu sekarang ini ada di surga. Kamu sungguh sangat baik dan begitu saja terlempari kotoran. Karena itu, saya akan menempuh jalan sulit melewati Golgotha dan menemuimu kembali. Sampai kita ketemu lagi!"*

4. Kesimpulan

Pembahasan yang telah dilakukan memberikan gambaran awal tentang sandi Kaisar yang telah digunakan sejak masa perang Romawi dengan Persia. Pada perkembangan selanjutnya ditemukan sandi Vigenere. Ternyata, penggunaan sandi Vigenere dapat dikatakan sangat masif di Belanda. Hal ini terbukti dengan hadirnya buku yang secara khusus membahas tentang sandi tersebut.

Indonesia, sebagai negeri yang pernah dijajah oleh Belanda, secara sengaja atau tidak sengaja ternyata mengawetkan penggunaan sandi Vigenere yang terpahat sebagai epitaph panjang pada sebuah pusara. Dan, secara mengejutkan ternyata sandi tersebut mengungkapkan cinta mendalam dari seorang Belanda kepada istrinya yang asli Indonesia bernama Djamijah. Maka, tidak berlebihan jika eputaf tersebut dinamakan Djamijah *cipher*.

Daftar Pustaka

- Burton, D.M. (2007). *Elementary Number Theory*. 6th ed. New York: McGraw-Hill Higher Education.
- Cameron, P.J. (2003). *Notes on Cryptography*. Not published.
- Prabowo, A. (2016). Djamijah Cipher: Memori Vigenere dari Pacitan. *Bersains*, 2(2): 13-24.
- Remmelink, W.G.J. (1995). The Key to the Mysterious Epitaph of Pacitan. *Archipelago*, 49(1): 17-24.
- Singh, S. (2001). *The Code Break: How to Make It, Break It, Hack It, Crack It*. New York: Delacorte Press.
- Kester, Q.A. (2012). A Cryptosystem Based on Vigenere Cipher with Varying Key. *International Journal of Advanced Research in Computer Engineering & Technology*, 1(10): 108-113.
- Kester, Q.A. (2013). A Hybrid Cryptosystem Based on Vigenere Cipher and Columnar Transposition Cipher. *International Journal of Advanced Research in Computer Engineering & Technology*, 3(1): 141-147.
- Sinha, N. and Bhamidipati. (2014). Improving Scurity of Vigenere Cipher by Double Columnar Transposition. *International Journal of Computer Science Applications*, 100(14): 6-10.

SOLUSI PERSAMAAN BLACK-SCHOLES DENGAN METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN LAPLACE YANG DIMODIFIKASI BESERTA EKSTISTENSI DAN KETUNGGALAN SOLUSINYA

Agus Sugandha^{*)} dan Niken Larasati

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman
agus.sugandha@unsoed.ac.id^{*)}

Abstrak. Paper ini membahas solusi persamaan Black-Scholes, eksistensi dan ketunggalan solusi beserta analisis konvergensi. Metode untuk mencari solusi persamaan Black-Scholes fraksional adalah menggunakan metode dekomposisi Adomian Laplace yang dimodifikasi, sedangkan masalah eksistensi dan ketunggalan solusinya menggunakan teorema Picard-Lindelof, dan pemetaan Leipschitz kontinu.

Kata kunci: persamaan Black-Scholes, teorema Picard-Lindelof, pemetaan Leipschitz kontinu, dekomposisi Adomian-Laplace yang dimodifikasi.

Abstract. *This paper will be discuss the solution of the Black-Scholes equation, existence and uniqueness of the solution along of convergence. The method for finding the solution to the Black-Scholes equation using the modified Adomian Laplace decomposition, while the problem existence and uniqueness of the solution uses the Picard-Lindelof Theorem, and continous Leipschitz mapping.*

Keywords: *Black-Scholes equation, Picard-Lindelof theorem, continous Leipschitz mapping, modified Adomian Laplace decomposition.*

1. Pendahuluan

Dewasa ini perkembangan matematika sudah banyak dan merambah pada bidang-bidang ilmu yang lain. Salah satu penerapan matematika pada bidang ekonomi yaitu masalah investasi. Pada masalah investasi, investor memiliki pilihan untuk membeli asset secara langsung pada pasar keuangan atau membeli asset derivative. Salah satu produk *derivative* yang banyak dikenal adalah opsi.

Opsi adalah suatu jenis kontrak antara dua belah pihak dalam hal ini satu pihak memberikan hak kepada pihak lain untuk menjual atau membeli aset tertentu pada harga dan periode tertentu (Febrianti, 2018). Berdasarkan jenis hak yang diberikan. Opsi dapat dibedakan menjadi dua yaitu opsi *call* dan opsi *put*. Opsi *Call* adalah suatu tipe kontrak yang memberikan hak kepada pemegang opsi untuk membeli dari penjual opsi sejumlah saham tertentu pada harga dan jangka waktu tertentu. Opsi *put* merupakan opsi yang memberikan hak kepada pemegangnya untuk menjual saham dalam jumlah tertentu kepada pembeli opsi pada waktu atau harga yang telah ditentukan.

Fisher Black dan Myron Scholes pada tahun 1973 merumuskan suatu metode untuk menetapkan harga opsi. Metode tersebut dikenal dengan metode Black-Scholes. Dalam perkembangannya metode Black-Scholes untuk menentukan harga opsi, tidak hanya menjadi permasalahan dalam bidang matematika keuangan dan ekonomi saja, tetapi sudah berkembang juga untuk bidang matematika. Hal ini sangat wajar, karena persamaan Black-Scholes menggunakan model persamaan diferensial parsial. Dalam hal ini untuk mencari solusi dari persamaan diferensial parsial bukanlah suatu pekerjaan yang mudah di dalam bidang Matematika. Untuk mencari solusi dari persamaan Black-Scholes dapat menggunakan teori integral Ito (Khaerudin dan Massaresse, 2008), Transformasi Fourier (Kumar, Yildirim dan Khan, 2012) atau secara numerik dengan menggunakan metode beda hingga (Siswanto, *et al.*, 2014), dekomposisi Laplace Adomian (Sumiati, *et al.*, 2019).

Pada paper ini akan dibahas solusi persamaan Black Scholes menggunakan metode dekomposisi Laplace Adomian yang dimodifikasi, eksistensi solusi dan ketunggalannya, beserta analisis konvergensinya. Ide mencari solusi dengan menggunakan metode dekomposisi Laplace Adomian berdasarkan (Naghipour dan Manafian, 2015).

2. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah *literatur review*. Pencarian jurnal yang terkait menggunakan aplikasi publish and perish. Kemudian berdasarkan jurnal tersebut kemudian diidentifikasi terkait metode beserta masalah eksistensi solusi persamaan Black-Scholes. Kemudian metode dekomposisi adomian Laplace yang dimodifikasi digunakan untuk menentukan solusi persamaan Black-Scholes. Sedangkan

untuk masalah eksistensi dan ketunggalan solusi didasarkan pada teorema Picard-Lindelof.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Metode Dekomposisi Laplace Adomian yang dimodifikasi

Secara umum persamaan diferensial parsial non linear berorde dua dengan kondisi awal dapat di tuliskan dalam bentuk:

$$Lu(x, t) + Ru(x, t) + Nu(x, t) = h(x, t),$$

dengan

$$u(x, 0) = f(x),$$

$$u_t(x, 0) = g(x)$$

L : operator diferensial order dua

R : operator linear

N : operator diferensial non linear

Kemudian dengan menggunakan transformasi Laplace kedua sisi

$$\mathcal{L}[Lu(x, t)] + \mathcal{L}[Ru(x, t)] + \mathcal{L}[Nu(x, t)] = \mathcal{L}[h(x, t)]$$

$$s^2 \mathcal{L}[u(x, t)] - sf(x) - g(x) + \mathcal{L}[Ru(x, t)] + \mathcal{L}[Nu(x, t)] = \mathcal{L}[h(x, t)]$$

sehingga:

$$\mathcal{L}[u(x, t)] = \frac{f(x)}{s} + \frac{g(x)}{s^2} - \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[Ru(x, t)] - \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[Nu(x, t)] + \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[h(x, t)]$$

(1)

Langkah berikutnya adalah metode dekomposisi Laplace merepresentasikan solusi sebagai deret takhingga

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x, t)$$

(2)

Operator non-linear dapat dinyatakan sebagai dekomposisi dalam bentuk

$$Nu(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(x, t) \quad (3)$$

Untuk setiap $n \in \mathbb{N}$, Polinomial Adomian dinyatakan sebagai:

$$A_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{d\lambda^n} [N(\sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i u_i)]$$

Dengan menggunakan persamaan (1), (2), (3) diperoleh:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{L}[u_0(x, t)] = \frac{f(x)}{s} + \frac{g(x)}{s^2} - \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[Ru(x, t)] - \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[\sum_{n=0}^{\infty} A_n(x, t)] + \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[h(x, t)]$$

$$\mathcal{L}[u_0(x, t)] = k_1(x, s)$$

$$\mathcal{L}[u_1(x, t)] = k_2(x, s) - \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[R_0 u(x, t)] - \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[A_0(x, t)]$$

$$\mathcal{L}[u_{n+1}(x, t)] = -\frac{1}{s^2} \mathcal{L}[R_n u(x, t)] - \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[A_n(x, t)]$$

Dalam hal ini $k_1(x, s)$ dan $k_2(x, s)$ transformasi Laplace dari $k_1(x, t)$ dan $k_2(x, t)$.

Kemudian diambil invers Laplace nya diperoleh:

$$\begin{aligned} u_0(x, t) &= k_1(x, t) \\ u_1(x, t) &= k_2(x, s) - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2} [R_0 u(x, t)] - \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[A_0(x, t)]\right] \\ u_{n+1}(x, t) &= -\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2} [R_n u(x, t)] - \frac{1}{s^2} \mathcal{L}[A_n(x, t)]\right] \end{aligned}$$

3.2 Persamaan Black-Scholes

Model Persamaan Black-Scholes dengan nilai opsi di dinyatakan sebagai

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \frac{\sigma x^2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + r(\tau)x \frac{\partial \psi}{\partial x} - r(\tau)\psi = 0; \quad (x, \tau) \in \mathbb{R}^+ \times (0, T)$$

dengan $\psi(x, \tau)$ nilai opsi Eropa pada saat harga asset adalah x dan pada waktu τ , sedangkan T adalah *maturity*, $r(\tau)$ bunga bebas resiko dan $\sigma(x, r)$ menunjukkan fungsi volality dari asset dasar (*underlying asset*). Fungsi *payoff* dinyatakan sebagai $\psi_c(x, \tau) = \max(x - E, 0)$, $\psi_p(x, \tau) = \max(E - x, 0)$, di mana ψ_c dan ψ_p harga dari *European Call* dan opsi put, sedangkan E adalah *exercise price* untuk opsi.

Dengan menggunakan transformasi $(x, \tau) = Eu(S, t)$, $S = Ee^x$, $t = T - 2\sigma^2 \tau$, $k = 2r/\sigma^2$ akan diperoleh:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial S^2} + (k - 1) \frac{\partial u}{\partial S} - ku$$

dengan $u(0, \tau) = 0$, $u(S, \tau) \approx \tau$ untuk $S \rightarrow \infty$ dan $u(S, 0) = e^x - 1$, $x \geq 0$

3.3 Solusi Persamaan Black-Scholes menggunakan metode Dekomposisi Laplace Adomian yang dimodifikasi.

Berdasarkan algoritma metode dekomposisi Laplace-Adomian yang dimodifikasi, berikut ini adalah solusi persamaan Black-Scholes

$$\begin{aligned} u_0 &= \max\{e^x - 1, 0\} \\ u_{n+1} &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s} \mathcal{L}\left[\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} + (k - 1) \frac{\partial u_n}{\partial x} - ku_n\right]\right] \end{aligned}$$

Sehingga dari persamaan rekursif tersebut diperoleh:

$$\begin{aligned} u_1 &= k\tau \max\{e^x, 0\} - k\tau \max\{e^x - 1, 0\} \\ u_2 &= -\frac{1}{2}(k\tau)^2 \max\{e^x, 0\} + \frac{1}{2}(k\tau)^2 \max\{e^x - 1, 0\} \end{aligned}$$

.....
.....

Solusi persamaan Black-Scholes dapat dibentuk dengan menggunakan deret tak hingga

$$u(x, \tau) = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x, \tau) = \max\{e^x - 1, 0\} e^{-k\tau} + \max\{e^x, 0\}(1 - e^{-k\tau})$$

3.4 Masalah Eksistensi Dan Ketunggalan Solusi dari Persamaan Black-Scholes

Definisi (1) (Kreyszeig, 1978)

Titik tetap dari pemetaan $T: X \rightarrow X$ adalah himpunan X ke dalam dirinya sendiri adalah untuk setiap $x \in X$ yang dipetakan ke dalam dirinya sendiri yaitu $Tx = x$

Definisi (2) (Kreyszeig, 1978)

Diberikan $X = (X, d)$ ruang metrik. Pemetaan $T: X \rightarrow X$ disebut dengan kontraksi pada X jika terdapat bilangan real positif $\alpha < 1$ sedemikian sehingga untuk setiap $x, y \in X$ berlaku $d(Tx, Ty) \leq \alpha d(x, y)$

Teorema (1) (Picard-Lindelof)

Diberikan $f: [t_0 - \alpha, t_0 + \alpha] \times \mathcal{B}(\alpha, \beta) \rightarrow \mathbb{R}^n$ adalah kontinu dan terbatas oleh M . Andaikan bahwa $f(t, \cdot)$ kontinu Lipschitz dengan konstanta Lipschitz adalah L untuk setiap $I \in [t_0 - \alpha, t_0 + \alpha]$ maka $\dot{x} = f(t, x)$ dengan kondisi awal $x(t_0)$ mempunyai solusi tunggal yang didefinisikan pada $[t_0 - b, t_0 + b]$, dengan $b = \min\left[\alpha, \frac{\beta}{M}\right]$

Berdasarkan Teorema Picard-Lindelof akan dibuktikan eksistensi dan ketunggalan solusi persamaan Black-Scholes. Metode pembuktian berdasarkan ide pembuktian dari teorema Picard-Lindelof.

Andaikan bahwa $f(\tau, u(\tau, s)) = \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + (k - 1) \frac{\partial u}{\partial s} - ku$, kemudian dibentuk

$$f(\tau, u(\tau, s)) - f(\tau, u_0(\tau, s)) = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} - \frac{\partial^2 u_0}{\partial s^2} + ku_0 - ku + (k - 1) \frac{\partial}{\partial s} (u - u_0) \right)$$

Menurut ketidaksamaan Cauchy-Schwarz diperoleh:

$$\begin{aligned} & \|f(\tau, u(\tau, s)) - f(\tau, u_0(\tau, s))\| \\ & \leq \left\{ \left\| \frac{\partial^2}{\partial s^2} (u - u_0) \right\| + k \|u_0 - u\| \right. \\ & \left. + (k - 1) \left\| \frac{\partial}{\partial s} (u - u_0) \right\| \right\} \end{aligned}$$

Berdasarkan ketidaksamaan Cauchy-Schwarz di atas, terdapat $k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{R}$ sedemikian sehingga:

$$\begin{aligned} \|f(\tau, u(\tau, s)) - f(\tau, u_0(\tau, s))\| &\leq \{k_1 k_2 \|u - u_0\| + k \|u_0 - u\| + k_3(k-1) \|u - u_0\|\} \\ &= (k_1 k_2 + k + k_3(k-1)) \|u - u_0\| \end{aligned}$$

Sehingga $f(\tau, u(\tau, s))$ merupakan fungsi kontinu Lipschitz.

Kemudian didefinisikan:

$$l_a(\tau_0) = [\tau_0 - a, \tau_0 + a]$$

$$t_b(u) = [u_0 - b, u_0 + b]$$

$$C_{a,b} = l_a(\tau_0) \times t_b(u)$$

Andaikan terdapat konstanta $M = \sup \|f(x)\|$ dengan $\|f(x)\| = \int f/ \int |f(x)| dx < \infty$

$$\mu(u(\tau)) = u_0 + \int_{\tau_0}^{\tau} f(\tau, u(\tau, s)) ds$$

$$\begin{aligned} \|\mu u(\tau) - u_0\| &= \left\| \int_{\tau_0}^{\tau} f(\tau, u(\tau, s)) ds \right\| \\ &= \int_{\tau_0}^{\tau} |f(\tau, u(\tau, s))| ds \leq M \end{aligned}$$

Ambil sebarang $u_1, u_2 \in u(l_a(\tau_0), t_b(u))$

$$\begin{aligned} \|(\mu u_1 - \mu u_2)(\tau)\| &= \left\| \int_{\tau_0}^{\tau} (f(\tau, u_1(\tau, s)) - f(\tau, u_2(\tau, s))) ds \right\| \\ &= \int_{\tau_0}^{\tau} \|f(\tau, u_1(\tau, s)) - f(\tau, u_2(\tau, s))\| ds \\ &\leq \int_{\tau_0}^{\tau} k_1 \|u_1 - u_2\| ds \\ &= k_1 \int_{\tau_0}^{\tau} \|u_1 - u_2\| ds \\ &= k_1 \|u_1 - u_2\| (\tau - \tau_0) \\ &< k_1 a \|u_1 - u_2\| \end{aligned}$$

μ kontraktif jika

$$k_1 a < 1$$

$$a < \frac{1}{k_1}$$

3.5 Analisis konvergensi Metode Dekomposisi Adomian Laplace yang dimodifikasi

Pembuktian konvergensi analisis metode Adomian Laplace yang di modifikasi dalam hal ini mengikuti ide dari (Naghypour, 2015).

Diberikan ruang Hilbert H yang didefinisikan sebagai berikut:

$$H = L^2(\alpha, \beta) \times [0, T] \text{ dan } u: (\alpha, \beta) \times [0, T] \rightarrow R \text{ dengan}$$

$$\int_{(\alpha, \beta) \times [0, T]} u^2(x, s) ds d\tau < \infty$$

Metode Adomian-Laplace yang dimodifikasi konvergen bila memenuhi dua sifat berikut:

(H1) $\langle L(u) - L(v), u - v \rangle \geq k \|u - v\|^2$; $k > 0$, untuk setiap $u, v \in H$

(H2) Untuk setiap $M > 0$ terdapat konstan $C(M) > 0$ sedemikian untuk setiap $u, v \in H$ dengan $\|u\| \leq M, \|v\| \leq M$ diperoleh $\langle L(u) - L(v), u - v \rangle \geq C(M) \|u - v\| \|w\|$ untuk setiap $w \in H$

Bukti:

Persamaan Black-Scholes yang diperumum

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (k-1) \frac{\partial v}{\partial x} - kv$$

Dengan kondisi awal $v(x, 0) = \max\{e^x - 1, 0\}$

$$(H1) \quad L(v) = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (k-1) \frac{\partial v}{\partial x} - kv \quad \text{dan} \quad L(u) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (k-1) \frac{\partial u}{\partial x} - ku$$

$$L(u) - L(v) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}(u - v) + (k-1) \frac{\partial}{\partial x}(u - v) - k(u - v)$$

$\frac{\partial}{\partial x}$ dan $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ operator pada ruang Hilbert, sehingga terdapat konstanta λ_1 sehingga

$$0 \leq \left\langle \frac{\partial^2}{\partial x^2}(u - v), u - v \right\rangle \leq \lambda_1 \|u - v\|^2$$

$$0 \leq \left\langle \frac{\partial}{\partial x}(u - v), u - v \right\rangle \leq \lambda_2 \|u - v\|^2$$

$$(k-1) \left\langle \frac{\partial}{\partial x}(u - v), u - v \right\rangle \geq (k-1)\lambda_2 \|u - v\|^2 - k \langle u - v, u - v \rangle \geq -k \|u - v\|^2$$

$$\begin{aligned} \langle L(u) - L(v), u - v \rangle &= \left\langle \frac{\partial^2}{\partial x^2}(u - v), u - v \right\rangle + (k-1) \left\langle \frac{\partial}{\partial x}(u - v), u - v \right\rangle - k \langle u - v, u - v \rangle \\ &\geq 0 + (k-1)\lambda_2 \|u - v\|^2 - k \|u - v\|^2 \\ &= (\lambda_2 k - \lambda_2 - k) \|u - v\|^2 = M \|u - v\|^2 \end{aligned}$$

$$(H2) \quad \langle L(u) - L(v), w \rangle = \left\langle \frac{\partial^2}{\partial x^2}(u - v), w \right\rangle + (k-1) \left\langle \frac{\partial}{\partial x}(u - v), w \right\rangle - k \langle u - v, w \rangle$$

$$\begin{aligned} &\leq \lambda_1 \|u - v\| \|w\| + \lambda_2 (k-1) \|u - v\| \|w\| - k \|u - v\| \|w\| \\ &= (\lambda_1 - \lambda_2 + k(\lambda_2 - 1)) \|u - v\| \|w\| \\ &= C(M) \|u - v\| \|w\| \end{aligned}$$

$$\text{dengan } C(M) = (\lambda_1 - \lambda_2 + k(\lambda_2 - 1))$$

4. Kesimpulan

Dengan menggunakan metode Dekomposisi Adomian Laplace yang dimodifikasi dapat diperoleh solusi persamaan Black-Scholes. Solusi tersebut tunggal dan konvergen sangat cepat.

Daftar Pustaka

- Ahmed dan Abdusalam. (2004). On Modified Black-Scholes Equation. *Chaos, Solutions and Fractals*, 22(3): 583-587.
- Febrianti, W. (2018). Penentuan Harga Opsi dengan Model Black-Scholes Menggunakan Metode Beda Hingga Forward the Central Space. *Journal Of Fundamental Mathematics and Applications*, 1(1): 45-61.
- Khaeruddin dan Massaless. (2008). Penentuan Harga Opsi Eropa Menggunakan Persamaan Black-Scholes. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, 4(2): 104-116.
- Kreyszig, E. (1978). *Introductory Functional Analysis with Applications*. Canada: John Wiley and Sons.
- Kumar, A., Yildirim dan Khan. (2012). Analytical Solution of Fractional Black-Scholes European Option Pricing Equation by Using Laplace Transform. *Journal of Fractional Calculus and Applications*, 2(8): 1-9.
- Naghypour, A. dan Manafian, J. (2015). Application of the Laplace Adomian Decomposition and Implicit Methods for Solving Burger's Equation. *Journal Pure Appl. Math*, 6(1): 68-77.
- Pinsky, A. (1998). *Partial Differential Equations and Boundary Value Problem with Applications*. New York: MC Graw-Hill.
- Royden, H.L. (1989). *Real Analysis*. Third Edition. New York: Macmillan Publishing.
- Sefira, Rusyaman, E., dan Sukono. (2019). Methods to Solve Fractional Black-Scholes. *Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*. Pilsen, Czech Republic, July 23-26, 2019.
- Siswanto, Purnomo, D.K., dan Kusbidono. (2014). Penentuan Harga Opsi Model Black-Scholes Menggunakan Metode Beda Hingga Dufort-Frankel. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Universitas Jember*, 329-334.

K-MEANS CLUSTERING DAN APLIKASINYA PADA PENGELOMPOKAN KECAMATAN DI KABUPATEN TEGAL BERDASARKAN INDIKATOR KEPENDUDUKAN

Nurul Tri Narlitasari dan Budi Pratikno^{*)}

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman
budi.pratikno@unsoed.ac.id^{*)}

Abstrak. Riset ini membahas *K-means clustering* mengenai indikator perencanaan pembangunan melalui pengelompokan 18 kecamatan di Kabupaten Tegal berdasarkan indikator kependudukan tahun 2020. Data indikator kependudukan yang dimaksud yaitu data jumlah penduduk, laju pertumbuhan penduduk, kepadatan penduduk, dan rasio jenis kelamin penduduk yaitu data kependudukan dari publikasi "Kabupaten Tegal Dalam Angka 2021" oleh BPS Kabupaten Tegal tahun 2022. Metode yang digunakan adalah metode *K-means clustering* untuk mengelompokkan kecamatan di Kabupaten Tegal. Hasil riset menunjukkan bahwa terdapat 9 kecamatan dengan (1) laju pertumbuhan tinggi (2) jumlah dan kepadatan penduduk sedang (3) rasio jenis kelamin rendah (Margasari, Balapulang, Pagerbarang, Lebaksiu, Pangkah, Slawi, Dukuhwaru, Tarub, dan Kramat). Selain itu, diperoleh 3 kecamatan dengan (1) jumlah, kepadatan, dan rasio jenis kelamin penduduk tinggi (2) laju pertumbuhan rendah yaitu Adiwerna, Dukuhhuri, dan Talang. Sehingga terdapat 6 kecamatan dengan (1) jumlah dan kepadatan penduduk rendah (2) laju pertumbuhan dan rasio jenis kelamin sedang, kelompok 6 kecamatan yang dimaksud yaitu Bumijawa, Bojong, Jatinegara, Kedungbanteng, Suradadi, dan Warureja.

Kata Kunci: indikator perencanaan pembangunan, data kependudukan, *K-means clustering*.

Abstract. *The research discussed K-means clustering and its application in grouping based on population indicators through the grouping of 18 sub-districts in Tegal Regency. The population indicator data are population data, population growth rate, population density, and population sex ratio. The data is taken by the BPS of Tegal Regency in 2022. The method is the*

K-means clustering for grouping sub-districts in Tegal Regency. The results showed that there are 9 sub-districts with (1) high growth rate (2) medium population number and density (3) low sex ratio (Margasari, Balapulang, Pagerbarang, Lebaksiu, Pangkah, Slawi, Dukuhwaru, Tarub, and Kramat). In addition, there are 3 sub-districts with (1) high population number, density, and sex ratio (2) low growth rate, namely Adiwerna, Dukuhturi, and Talang. So that there are 6 sub-districts with (1) low population number and density (2) medium growth rate and sex ratio, the group of 6 sub-districts are Bumijawa, Bojong, Jatinegara, Kedungbanteng, Suradadi, and Warureja.

Keywords: *development planning indicators, population data, K-means clustering*

1. Pendahuluan

Penduduk mempunyai peranan penting dalam pembangunan suatu wilayah. Jumlah penduduk berpengaruh pada banyak potensi yang dapat dikembangkan ataupun yang dapat digunakan dalam pembangunan wilayah. Pembangunan meliputi perubahan dalam tingkat pertumbuhan ekonomi, pengurangan ketimpangan pendapatan, dan pemberantasan kemiskinan. Pembangunan wilayah berkaitan penting dalam kemajuan suatu bangsa. Kemajuan suatu bangsa diukur berdasarkan indikator kependudukan seperti jumlah, pertumbuhan, komposisi dan distribusi penduduk. Untuk itu, rencana pembangunan memerlukan data kependudukan. Data kependudukan yang dapat digunakan seperti jumlah, persebaran, komposisi menurut umur maupun jenis kelamin, dan data kependudukan lain yang relevan.

Clustering adalah proses pengorganisasian data ke dalam beberapa kelompok atau cluster. *Clustering* memiliki tujuan utama mengelompokkan objek-objek berupa produk, responden, metode atau entitas berdasarkan kesamaan karakteristik di antara objek-objek tersebut dan memiliki perbedaan antar *cluster* (Chakraborty dkk., 2022: 73). Hasil analisis *cluster* dapat digunakan sebagai acuan beberapa pihak untuk menggambarkan suatu kondisi objek masing-masing kelompok (Ediyanto & Satyahadewi, 2013). Selanjutnya, mengacu Marpaung & Siahaan (2021 dan Putra (2012), maka *clustering* diperlukan untuk grouping dan perencanaan program, dan sehingga metode *clustering*, seperti K-means clustering

menjadi penting. Lebih jauh dengan riset *clustering* juga telah dibahas juga oleh Talakua dkk (2017) dan Wulandari (2020).

Kabupaten Tegal berada pada peringkat lima berdasarkan persentase penduduk Jawa Tengah tahun 2020 yaitu sebanyak 809.884 penduduk laki-laki dan 787.112 penduduk perempuan (BPS, 2020). Kecamatan Adiwerna menunjukkan jumlah penduduk tertinggi di Kabupaten Tegal yaitu sebesar 130.224 jiwa dan jumlah penduduk terendah berada di Kecamatan Kedungbanteng sebanyak 44.796 jiwa. Berdasarkan jumlah penduduk Kabupaten Tegal tahun 2020 menurut kecamatan, perbedaan jumlah penduduk memiliki rentang yang cukup besar dan menunjukkan perbedaan yang signifikan. Hal ini menunjukkan bahwa kependudukan tersebar berbeda-beda pada masing-masing kecamatan. Oleh karena itu, pengelompokan kecamatan di Kabupaten Tegal berdasarkan indikator kependudukan dapat dilakukan untuk mengetahui kecamatan manakah yang memiliki jumlah, laju pertumbuhan, kepadatan, dan rasio jenis kelamin penduduk yang tinggi atau rendah. Pengelompokan kecamatan di Kabupaten Tegal ini diharapkan dapat menjadi pertimbangan dalam rencana pembangunan yang tujuannya agar perubahan lebih merata dalam tingkat pertumbuhan ekonomi, pengurangan ketimpangan pendapatan, dan pemberantasan kemiskinan ke seluruh daerah. Konsep ini bisa menjadi dasar kedepan untuk diterapkan dalam segala aspek dalam pemebuatan program kerja kedepan, sehingga peran metode *K-means clustering* menjadi bahan pertimbangan dalam aplikasi pemetaan dan perencanaan program.

2. Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data jumlah penduduk, laju pertumbuhan penduduk, kepadatan penduduk, dan rasio jenis kelamin penduduk tahun 2020 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Kabupaten Tegal.

Langkah-langkah yang dilakukan untuk mengelompokkan kecamatan di Kabupaten Tegal tahun 2020 berdasarkan indikator kependudukan menggunakan metode *K-means clustering* adalah sebagai berikut.

1. Melakukan standarisasi data dan mendeteksi ada tidaknya *outlier* dengan menggunakan nilai *Z-score* dengan rumus $Z = \frac{x - \bar{x}}{sd}$ (1)
2. Menentukan banyaknya *cluster* yang akan dibentuk.
3. Menentukan pusat *cluster* awal (*centroid*).

Centroid awal dapat diambil secara acak atau dilakukan dengan *randomized* melalui SPSS. Menghitung *centroid cluster* ke-*i* digunakan rumus sebagai berikut:

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2)$$

4. Menghitung jarak antara setiap data dengan setiap *centroid*.

$$D_i, C_i = \|x - C\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (3)$$

5. Mengelompokkan masing-masing data ke *centroid* yang memiliki jarak terdekat.
6. Menentukan pusat *cluster (centroid)* baru dengan menghitung nilai rata-rata data (telah distandarisasi) yang terletak pada *cluster* sama menggunakan rumus pada persamaan (2).
7. Mengelompokkan kembali masing-masing data ke *centroid* baru yang memiliki jarak terdekat.
8. Melakukan pengulangan langkah 6 dan 7 sampai tidak ada lagi pemindahan objek antar *cluster*.
9. Melakukan *profiling* dengan menggambarkan karakteristik masing-masing *cluster*.

3. Hasil dan Pembahasan

Pada bagian ini dipaparkan tentang hasil-hasil penelitian berupa pengelompokan kecamatan di Kabupaten Tegal tahun 2020 berdasarkan indikator kependudukan.

3.1 Standarisasi data

Data jumlah penduduk, laju pertumbuhan penduduk, dan rasio jenis kelamin penduduk mempunyai perbedaan nilai yang besar dan satuan yang berbeda sehingga perlu dilakukan standarisasi data dengan menggunakan nilai *z-score*. Perhitungan *z-score* dapat dilakukan dengan menggunakan rumus pada persamaan (1). Sebagai contoh, berikut adalah perhitungan nilai *z-score* variabel jumlah penduduk data 1 atau Kecamatan Margasari. Hasil perhitungan nilai *z-score* dengan bantuan *software* SPSS terdapat pada Tabel 1.

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{SD}$$

$$Z = \frac{109.408 - 88.722}{22.957,22888}$$

$$Z = 0,901067$$

Berdasarkan Tabel 1, tidak ada nilai *z-score* yang melebihi dari 3,00 artinya tidak terdapat *outlier* pada data

jumlah penduduk, laju pertumbuhan penduduk, kepadatan penduduk, dan rasio jenis kelamin penduduk.

3.2 Jumlah cluster

Pada penelitian ini akan dibentuk 3 *cluster* yang berarti terdapat *centroid 1*, *centroid 2*, dan *centroid 3* pada kecamatan di Kabupaten Tegal berdasarkan jumlah penduduk, laju pertumbuhan penduduk, kepadatan penduduk, dan rasio jenis kelamin penduduk. Pengelompokan kedalam 3 *cluster* ini terbagi menjadi tingkat rendah, sedang dan tinggi.

Tabel 1. Nilai *z-Score* Jumlah Penduduk, Laju Pertumbuhan Penduduk, Kepadatan Penduduk, dan Rasio Jenis Kelamin Penduduk

Data ke-	Kecamatan	<i>z-Score</i> Jumlah Penduduk	<i>z-Score</i> Laju Pertumbuhan Penduduk	<i>z-Score</i> Kepadatan Penduduk	<i>z-Score</i> Rasio Jenis Kelamin Penduduk
1	Margasari	0,90107	0,46542	-0,73589	-0,75163
2	Bumijawa	0,34691	0,50974	-0,82566	1,89540
3	Bojong	-0,66772	1,97248	-0,73909	0,18954
4	Balapulang	0,17284	-0,02216	-0,74818	-0,63398
5	Pagerbarang	-1,15659	1,88383	-0,63649	-0,98692
6	Lebaksiu	0,22228	-0,55407	-0,18495	-2,10455
7	Jatinegara	-1,25067	-0,90867	-1,00628	1,13071
8	Kedungbanteng	-1,91338	-0,90867	-1,13613	0,01307
9	Pangkajene	1,10832	0,37677	0,30881	0,13072
10	Slawi	-0,42858	0,02216	1,68320	-1,28103
11	Dukuhwaru	-0,88743	1,17463	-0,03533	-0,45751
12	Adiwerna	1,80780	-1,70653	1,50740	0,71895
13	Dukuhturi	0,48638	-0,37677	1,64419	1,13071
14	Talang	0,80262	-1,35193	1,70778	1,01306
15	Tarub	-0,12153	-0,55407	0,30293	-0,28104
16	Kramat	1,31048	0,11081	0,24041	-0,69280
17	Suradadi	0,19510	0,37677	-0,51573	0,54248
18	Warureja	-0,92790	-0,50974	-0,83100	0,42483

3.3 Pembentukan cluster K-Means

Pembentukan *cluster K-means* dilakukan dengan tahapan menentukan *centroid* awal dan menghitung jarak antara kecamatan dengan masing-masing *centroid*, mengelompokkan masing-masing data ke *centroid* yang memiliki jarak terdekat. Kemudian melakukan iterasi. Iterasi

berhenti jika tidak ada data yang berpindah dari satu *cluster* ke *cluster* lainnya.

1. Iterasi 1

Dalam menentukan nilai pusat kluster (*centroid*) awal dapat dilakukan secara acak. Berikut adalah hasil pusat kluster awal secara acak yang didapatkan dengan menggunakan *software SPSS Statistics 26* pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai *Centroid* Awal

	<i>Initial Cluster Centers</i>		
	1 Slawi	2 Adiwerna	3 Kedungbanteng
<i>z-Score</i> : jumlah penduduk	-0,42858	1,80780	-1,91338
<i>z-Score</i> : laju pertumbuhan penduduk	0,02216	-1,70653	-0,90867
<i>z-Score</i> : kepadatan penduduk	1,68320	1,50740	-1,13613
<i>z-Score</i> : rasio jenis kelamin penduduk	-1,28103	0,71895	0,01307

Berdasarkan Tabel 1 dan Tabel 2, dipilih bahwa *cluster 1* merupakan nilai *z-score* dari Kecamatan Slawi, *cluster 2* merupakan nilai *z-score* dari Kecamatan Adiwerna, *cluster 3* merupakan nilai *z-score* dari Kecamatan Kedungbanteng.

Perhitungan jarak dari data satu yaitu Kecamatan Margasari terhadap *centroid* sesuai dengan rumus pada persamaan (3). Berikut merupakan salah satu contoh perhitungan antara data 1 pada Tabel 2 terhadap *centroid cluster 1, cluster 2, cluster 3* pada Tabel 4. Hasil keseluruhan dari perhitungan jarak *Euclidean* setiap objek terhadap *centroid* awal dari setiap *cluster* dan pengelompokan berdasarkan jarak terdekatnya dapat dilihat pada Tabel 3.

$$D_1, C_1 = \sqrt{((0,90107 - (-0,42858))^2 + (0,46542 - 0,02216)^2 + (-0,73589 - 1,68320)^2 + (-0,75163 - (-1,28103))^2}$$

$$= 2,84547$$

$$D_1, C_2 = \sqrt{((0,90107 - 1,80780)^2 + (0,46542 - (-1,70653))^2 + (-0,73589 - 1,50740)^2 + (-0,75163 - 0,71895)^2}$$

$$= 3,56854$$

$$D_1, C_3 = \sqrt{((0,90107 - (-1,91338))^2 + (0,46542 - (-0,90867))^2 + (-0,73589 - (-1,13613))^2 + (-0,75163 - 0,01307)^2}$$

$$= 3,24872$$

Tabel 3. Hasil Perhitungan Jarak *Euclidean* terhadap *Centroid* Awal

Kecamatan	C1	C2	C3	Cluster
Margasari	2,84547	3,56854	3,24872	1
Bumijawa	4,15008	3,72468	3,28030	3
Bojong	3,44833	4,99903	3,16883	3
Balapulang	2,58727	3,52537	2,38902	3
Pagerbarang	3,07624	5,40227	3,10168	1
Lebaksiu	2,21897	3,83122	3,17425	1
Jatinegara	3,81996	4,05943	1,30582	3
Kedungbanteng	3,56292	4,68725	0,00000	3
Pangkah	2,52385	2,57139	3,58953	1
Slawi	0,00000	3,46707	3,56292	1
Dukuhwaru	2,27382	4,39652	2,61265	1
Adiwerna	3,46707	0,00000	4,68725	2
Dukuhturi	2,61042	1,92423	3,87570	2
Talang	2,94405	1,12374	4,08178	2
Tarub	1,82522	2,73883	2,34390	1
Kramat	2,33663	2,67364	3,71830	1
Suradadi	2,94537	3,32643	2,60062	3
Warureja	3,12464	3,80407	1,18024	3

Berdasarkan Tabel 3, diperoleh hasil pengelompokan kecamatan berdasarkan jarak terdekat. Hasil pengelompokannya yaitu *cluster* 1 terdapat delapan kecamatan, *cluster* 2 ada tiga kecamatan, dan *cluster* 3 terdapat tujuh kecamatan.

2. Iterasi 2

Perhitungan untuk menentukan *centroid* baru pada masing-masing *cluster* dengan menggunakan rumus pada persamaan (2).

C_1 jumlah penduduk

$$= \frac{1}{8} (0,90107 + (-1,15659) + 0,22228 + 1,10832 + (-0,42858) + (-0,88743) + (-0,12153) + 1,31048) = 0,11850$$

C_1 laju pertumbuhan

$$= \frac{1}{8} (0,46542 + 1,88383 + (-0,55407) + 0,37677 + 0,02216 + 1,17463 + (-0,55407) + 0,11081) = 0,36569$$

C_1 kepadatan penduduk

$$= \frac{1}{8}((-0,73589) + (-0,63649) + (-0,18495) + 0,30881 + 1,68320 + (-0,03533) + 0,30293 + 0,24041) = 0,11784$$

C_1 rasio jenis kelamin

$$= \frac{1}{8}((-0,75163) + (-0,98692) + (-2,10455) + 0,13072 + (-1,28103) + (-0,45751) + (-0,28104) + (-0,69280)) = -0,80310$$

Perhitungan yang sama diterapkan pada masing-masing *cluster* dengan cara menghitung rata-rata dari data yang berada pada *cluster* sama. Hasil perhitungan *centroid* baru dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil Perhitungan *Centroid* Baru Iterasi 2

	<i>Cluster</i> 1	<i>Cluster</i> 2	<i>Cluster</i> 3
<i>z</i> -Score: Jumlah Penduduk	0,11850	1,03227	-0,57783
<i>z</i> -Score: Laju Pertumbuhan Penduduk	0,36569	-1,14508	0,07282
<i>z</i> -Score: Kepadatan Penduduk	0,11784	1,61979	-0,82887
<i>z</i> -Score: Rasio Jenis Kelamin Penduduk	-0,80310	0,95424	0,50886

Perhitungan jarak antara kecamatan dengan *Centroid* baru menggunakan rumus jarak *Euclidean* seperti pada perhitungan sebelumnya. Hasil keseluruhan dari perhitungan jarak *Euclidean* setiap objek terhadap *Centroid* baru dari setiap *cluster* dan pengelompokan berdasarkan jarak terdekatnya dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil Perhitungan Jarak *Euclidean* terhadap *Centroid* Baru Iterasi 2

Kecamatan	C1	C2	C3	<i>Cluster</i>
Margasari	1,163557	3,327183	1,984631	1
Bumijawa	2,871414	3,173981	1,722947	3
Bojong	2,218012	4,331077	1,930496	3
Balapulang	0,965387	3,182655	1,372997	1
Pagerbarang	2,129180	4,777479	2,426744	1
Lebaksiu	1,625479	3,690347	2,877101	1
Jatinegara	2,915800	3,492147	1,354329	3
Kedungbanteng	2,826854	4,148932	1,757052	3
Pangkah	1,374175	2,172249	2,091122	1

Kecamatan	C1	C2	C3	Cluster
Slawi	1,759568	2,914959	3,088534	1
Dukuhwaru	1,345055	3,714669	1,695115	1
Adiwerna	3,375699	0,992303	3,789408	2
Dukuhturi	2,599221	0,959184	2,799535	2
Talang	3,040491	0,326693	3,259504	2
Tarub	1,100172	2,222742	1,583071	1
Kramat	1,230028	2,504015	2,480827	1
Suradadi	1,489291	2,783320	0,888253	3
Warureja	2,066262	3,245392	0,684829	3

Berdasarkan Tabel 5, diperoleh hasil pengelompokan kecamatan berdasarkan jarak terdekat. Hasil pengelompokannya yaitu *cluster* 1 terdapat sembilan kecamatan, *cluster* 2 ada tiga kecamatan, dan *cluster* 3 terdapat enam kecamatan. Hasil pengelompokan pada iterasi 1 dan iterasi 2 menunjukkan terdapat objek yang berpindah *cluster* yaitu dari *cluster* 3 menjadi *cluster* 1. Dengan demikian, iterasi dilanjutkan.

3. Iterasi 3

Perhitungan untuk menentukan *Centroid* baru iterasi ke-3 pada masing-masing *cluster* dengan cara menghitung rata-rata dari data yang berada pada *cluster* sama. Hasil perhitungan *Centroid* baru iterasi ke-3 dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Hasil Perhitungan *Centroid* Baru Iterasi 3

	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3
<i>z-Score</i> : Jumlah Penduduk	0,12454	1,03227	-0,70294
<i>z-Score</i> : Laju Pertumbuhan Penduduk	0,32259	-1,14508	0,08865
<i>z-Score</i> : Kepadatan Penduduk	0,02161	1,61979	-0,84232
<i>z-Score</i> : Rasio Jenis Kelamin Penduduk	-0,78430	0,95424	0,69934

Perhitungan jarak antara kecamatan dengan *Centroid* baru iterasi ke-3 menggunakan rumus jarak *Euclidean* seperti pada perhitungan sebelumnya, disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7. Hasil Perhitungan Jarak *Euclidean* terhadap *Centroid* Baru Iterasi 3

Kecamatan	C1	C2	C3	Cluster
Margasari	1,094656	3,327183	2,198055	1
Bumijawa	2,825444	3,173981	1,646311	3
Bojong	2,208357	4,331077	1,954638	3
Balapulang	0,858113	3,182655	1,601835	1
Pagerbarang	2,133756	4,777479	2,512829	1
Lebaksiu	1,601191	3,690347	3,092419	1
Jatinegara	2,851495	3,492147	1,227851	3
Kedungbanteng	2,765010	4,148932	1,736981	3
Pangkah	1,374956	2,172249	2,238773	1
Slawi	1,844945	2,914959	3,221771	1
Dukuhwaru	1,363851	3,714669	1,789671	1
Adiwarna	3,379057	0,992303	3,879182	2
Dukuhturi	2,630601	0,959184	2,828411	2
Talang	3,055729	0,326693	3,308083	2
Tarub	1,077727	2,222742	1,738928	1
Kramat	1,227823	2,504015	2,676697	1
Suradadi	1,434222	2,783320	1,010324	3
Warureja	1,997334	3,245392	0,695817	3

Dari Tabel 7 di atas, dapat dilihat bahwa tidak ada kecamatan yang berpindah *cluster*. Dengan demikian, iterasi berhenti pada iterasi ke-3.

3.4 Interpretasi *cluster*

Mengacu pada Everitt (2011) dan Harmanto (2016) maka berdasarkan pengelompokan kecamatan dari hasil iterasi, kecamatan di Kabupaten Tegal dapat dibentuk menjadi 3 *cluster* berdasarkan indikator kepadudukan. *Cluster* 1 beranggotakan 9 kecamatan, *cluster* 2 beranggotakan 3 kecamatan, dan *cluster* 3 beranggotakan 6 kecamatan. *Cluster* 1 merupakan *cluster* dengan jumlah anggota paling banyak sehingga hal tersebut menunjukkan bahwa Sebagian besar kecamatan di Kabupaten Tegal memiliki karakteristik sebagaimana karakteristik dari *cluster* 1, disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8. Nilai Rata-Rata Variabel Tiap *Cluster*

Variabel	<i>Cluster</i>		
	1	2	3
Jumlah Penduduk	91.581,11	11.2420	72.584,33
Laju Pertumbuhan Penduduk	1,407778	1,076667	1,355
Kepadatan Penduduk	2.677,556	5.668,333	1.060,833
Rasio Jenis Kelamin Penduduk	101,5444	104,5	104,0667

Berdasarkan Tabel 8, kecamatan yang menjadi anggota *cluster* 1 adalah *cluster* yang memiliki jumlah penduduk dan kepadatan penduduk sedang. Kecamatan yang menjadi anggota *cluster* 2 memiliki jumlah penduduk dan kepadatan penduduk paling tinggi dibandingkan dengan *cluster* lain. Kecamatan yang menjadi anggota *cluster* 3 memiliki jumlah penduduk dan kepadatan penduduk paling rendah daripada *cluster* yang lain.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, riset ini membahas tentang pengelompokan kecamatan di Kabupaten Tegal berdasarkan indikator kependudukan dengan menggunakan metode *K-means*. Hasil *clustering* diperoleh 3 *cluster* dengan *cluster* 1 beranggotakan 9 kecamatan, *cluster* 2 beranggotakan 3 kecamatan, dan *cluster* 3 beranggotakan 6 kecamatan. Anggota pada setiap *cluster* menunjukkan karakteristik yang sama. *Cluster* 1 merupakan *cluster* dengan jumlah anggota paling banyak sehingga hal tersebut menunjukkan bahwa sebagian besar kecamatan di Kabupaten Tegal memiliki karakteristik sebagaimana karakteristik dari *cluster* 1 yaitu laju pertumbuhan penduduk tinggi, jumlah penduduk dan kepadatan penduduk sedang, dan penduduk laki-laki lebih banyak dibandingkan dengan penduduk perempuan dengan rasio paling rendah dibandingkan dengan *cluster* lain.

Pada penelitian selanjutnya, sebaiknya menambahkan variabel lain yang mempengaruhi kependudukan populasi sehingga informasi yang didapatkan dari hasil analisis lebih kompleks dan lengkap. Selain itu, perlu dilakukan klasterisasi dengan menggunakan analisis *Cluster* lain sebagai perbandingan untuk hasil klasterisasi yang lebih baik.

Daftar Pustaka

- Badan Pusat Statistik (2020). *Kabupaten Tegal dalam Angka 2021*. Tegal: Badan Pusat Statistik.
- Chakraborty, S., Hafizul, S.K., dan Debabrata, I. (2022). *Data Classification and Incremental Clustering in Data Mining and Machine Learning*. Berlin: Springer International Publishing.
- Ediyanto, M.N.M., dan Satyahadewi, N. (2013). Pengklasifikasian Karakteristik dengan Metode *K-Means Cluster Analysis*. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*, 2(02):
- Everitt, B.S. (2011). *Cluster Analysis. Fifth Edition*. London: John Wiley & Sons, Ltd.
- Harmanto, M.N. (2016). Analisis Pengelompokan Mengenai Perubahan Struktur Kependudukan dalam Menghadapi Era Bonus Demografi di Kabupaten/ Kota Provinsi Jawa Timur. *Skripsi*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Marpaung, P., & Siahaan, R. F. (2021). Penerapan Algoritma *K-Means Clustering* Untuk Pemetaan Kepadatan Penduduk Berdasarkan Jumlah Penduduk Kota Medan. *J-SAKTI (Jurnal Sains Komputer Dan Informatika)*, 5(1): 503–521.
- Putra, A. (2012). Analisis Sistem Informasi Geografis Kepadatan Penduduk Kota Denpasar dengan Menggunakan *Arc View 3.3*. *Jurnal Elektronik Ilmu Komputer (JELIKU)*, 1(2): 35–47.
- Talakua, M.W., Leleury, Z.A., dan Taluta, A.W. (2017). Analisis *Cluster* dengan Menggunakan Metode *K-Means* untuk Pengelompokan Kabupaten/Kota di Provinsi Maluku Berdasarkan Indikator Indeks Pembangunan Manusia Tahun 2014. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 11(2): 119–128.
- Wulandari, S. (2020). *Clustering* Kecamatan di Kota Bandung Berdasarkan Indikator Jumlah Penduduk dengan Menggunakan Algoritma *K-Means*. *Semnas Ristek (Seminar Nasional Riset Dan Inovasi Teknologi)*, 4(1).

MENGENAL SISTEM PEMANTAUAN HILAL DI INDONESIA BERDASARKAN METODE PENGAMATAN DENGAN TELESKOP DAN PERHITUNGAN ASTRONOMI

Jamrud Aminuddin^{*)} dan Sunardi

Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman
jamrud.aminuddin@unsoed.ac.id^{*)}

Abstrak. Penanggalan Tahun Qomariah atau Hijriyah ditentukan berdasarkan waktu yang digunakan bulan mengitari bumi. Waktu yang digunakan bulan mengelilingi bumi pada satu putaran penuh menurut perhitungan astronomi adalah 29,531 hari. Permulaan hari pada kalender Hijriyah ditandai dengan kemunculan bulan sabit muda yang dikenal dengan hilal setelah proses konjungsi (*ijtima'*). Terbitnya hilal pada awal bulan dapat diperkirakan dengan metode perhitungan matematis dan astronomis yang dikenal dengan metode hisab. Pengamatan langsung wujud hilal sebagai tanda awal bulan yang saat ini lebih banyak menggunakan alat bantu teleskop disebut metode rukyat. Hilal yang terlihat pada proses pengamatan secara lokal dan regional menunjukkan perubahan bulan baru pada Kalender Hijriyah. Dalam kondisi hilal tidak terlihat, bulan baru ditentukan dengan cara menggenapkan hitungan menjadi 30 hari (*istikmal*). Pengamatan hilal dilakukan sesaat setelah matahari terbenam sehingga dibutuhkan alat optik seperti teleskop sebagai alat bantu pengamatan. Dalam tulisan ini diuraikan secara singkat tentang metode pemantauan hilal berdasarkan perhitungan (*hisab*) dan pemantauan dengan batuan teleskop (*rukayah*).

Kata Kunci: Hijriyah, hilal, hisab, rukyah, teleskop.

Abstract. *The calendar year Qomariah or Hijri is determined based on the time the moon takes around the earth. According to astronomical calculations, the time taken by the moon around the earth in one full rotation is 29.531 days. The start of the day on the Hijri calendar is marked by the appearance of a young crescent moon known as the new moon after the conjunction process (ijtima'). The rise of the new moon at the beginning of the month can be estimated by a*

mathematical and astronomical calculation method known as the reckoning method. Direct observation of the shape of the new moon as a sign of the beginning of the month, which currently uses more telescopes, is called the monitoring method (rukyah). The Hilal seen in the local and regional observation process shows the change in the new moon in the Hijri Calendar. If the new moon is not visible, the new moon is determined by completing the count to 30 days (istikmal). Observations of the new moon are carried out shortly after sunset, so optical tools such as telescopes are needed. In this paper, we describe the method of monitoring the new moon based on calculations (hisab) and monitoring (rukyah) with telescope.

Keywords: *calculation, Hijri, monitoring, new moon, telescope.*

1. Pendahuluan

Tahun Qomariah yang juga dikenal sebagai Tahun Hijriyah merupakan sistem penanggalan berbasis pada waktu yang digunakan bulan mengelilingi bumi. Unsur utama dalam penentuan awal bulan pada Kalender Hijriyah adalah hilal yang juga dikenal dengan istilah bulan sabit muda. Dalam sejarah, hilal telah menjadi obyek pengamatan sejak zaman Babilonia Baru tepatnya antara tahun 5658 SM hingga 74 SM untuk keperluan penanggalan pada jaman tersebut (Dodgett 1994, Odeh, 2006, Utama dan Siregar 2013). Pada perkembangan selanjutnya, pengamatan hilal sebagai patokan utama Kalender Hijriyah dimulai pada abad ke-6. Melalui penelitian hampir 700 tahun, tepatnya pada abad ke-13 data pengamatan tersebut dijadikan bahan untuk menyusun sistem kalender. Selanjutnya, data tersebut digunakan untuk menyusun perkiraan waktu konjungsi sebagai petunjuk pelaksanaan pengamatan hilal (Izzan dan Syaifulloh 2013, Qulub 2017).

Perkembangan awal saat ini selain sebagai petunjuk masuknya bulan baru, juga untuk menyusun kriteria baru visibilitas hilal. Berdasarkan data dari Schaefer (294), Jim Stamm (6), SAAO (42), Mohsen Mirsaeed (15), Alireza Mehrani (57), dan ICOP (323) diketahui bahwa visibilitas hilal lokal, regional, dan global merupakan kriteria dalam Kalender Hijriyah (Qulub 2017). Sejak 1998 The Islamic Crescent Observation Project (ICOP) yang merupakan proyek global kerjasama antara *Arab Union for Astronomy and Space Sciences (AUASS)* dan *Jordanian Astronomical Society (JAS)* melakukan pengamatan hilal di beberapa negara di seluruh dunia (Odeh, 2006).

Pengamatan hilal di Indonesia merupakan perpaduan antara komputasi (hisab) dan pengamatan (rukyat) (Izzan dan Syaifulloh 2013). Metode hisab adalah perhitungan secara matematis dan astronomis untuk menentukan posisi bulan sebagai penentu awal bulan pada sistek Kalender Qomariah. Metode rukyat merupakan aktivitas pengamatan ketampakan hilal setelah terjadinya konjungsi. Rukyat dilakukan setelah matahari terbenam secara local dan regional. Pada kondisi hilal dapat terlihat dengan mata biasa dan/atau dengan bantuan teleskop, maka pada waktu setempat telah memasuki bulan baru. Kondisi sebaliknya, dimana hilal tidak terlihat, maka bulan baru jatuh pada hari berikutnya. Istilah konjungsi juga dikenal sebagai *ijtima'*, di mana posisi matahari, bumi, dan bulan secara astronomi berada dalam satu garis (Hidayat 2009). Konsorsium pengamatan hilal di Indonesia dilakukan oleh jejaring titik observasi Rukyatul Hilal Indonesia (RHI) yang menghasilkan 174 data visibilitas yang terdiri dari 107 visibilitas positif dan 67 visibilitas negatif (Sudibyo dkk. 2009).

Sebagai salah satu bentuk dukungan terhadap proses pemantauan hilal maka dalam tulisan ini akan diuraikan prinsip kerja teleskop dalam mengumpulkan cahaya hilal sebagai obyek yang dimonitor. Materi lainnya yang diuraikan dalam tulisan ini adalah bagian umum teleskop dan proses pengamatan hilal sebagai salah satu bentuk implementasi metode rukyah. Sebagai tambahan informasi, juga diuraikan secara singkat prinsip dasar metode hisab atau perhitungan astronomi terkait dengan pemantaun hilal.

2. Metodologi Penelitian

Dalam tulisan ini diuraikan prinsip dasar perjalanan sinar yang terpantau oleh sistem optik. Pembahasan lebih berfokus pada prinsip dasar perbesaran pada teleskop dalam pengamatan obyek astronomi. Materi yang diuraikan terkait dengan prinsip kerja teleskop merupakan hasil telaah pustaka. Hasil telaah pustaka lainnya yang diuraikan secara singkat adalah metode hisab dan rukyah dalam pemantauan hilal. Selain telaah pustaka, salah satu hasil pengamatan hilal dengan teleskop yang ada di Jurusan Fisika FMIPA UNSOED juga akan diuraikan dengan dukungan analisis hisab.

Penentuan lokasi, waktu, dan teknik pengamatan hilal ditentukan dengan menggunakan aplikasi *stellarium*, *Accura time*, dan *StarTracker* (Odeh 2006, Laila, 2011). Teleskop yang digunakan dalam eksperimen ini adalah jenis *SKYWATCHER BK909 NEQ2*. Target dan rangkaian instrument untuk

mendukung pengamatan dan dokumentasi hilal diperlihatkan pada **Gambar 1**. Data yang diperlihatkan merupakan hasil pengamatan hilal Bulan Dzulhijjah 1443 H yang dengan lokasi pengamatan di Pantai Logending Kabupaten Cilacap, Jawa Tengah. Posisi astronomi titik pengamatan adalah $7^{\circ}43'34''$ S dan $109^{\circ}23'37''$ (**Gambar 2**). Dari **Gambar 2** diasumsikan bahwa posisi tersebut terbuka pada ufuk barat sehingga memenuhi syarat sebagai lokasi pengamatan.



Gambar 1. Target dan Rancangan Instrumen Penelitian



Gambar 2. Lokasi Pengamatan Hilal, Pantai Logending, Kabupaten Cilacap, Jawa Tengah, $7^{\circ}43'34''$ S dan $109^{\circ}23'37''$

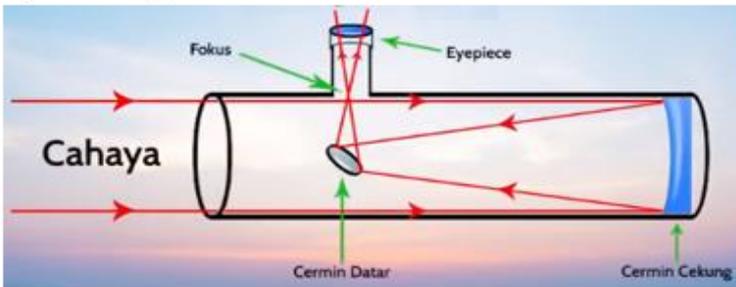
3. Hasil dan Bahasan

3.1 Prinsip kerja teleskop

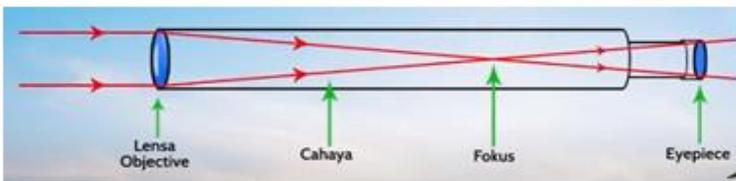
Pengamatan hilal secara lokal, regional, dan global saat ini lebih banyak menggunakan teleskop (Hendrawijaya *et al.* 2010). Secara umum peralatan yang digunakan pada teleskop

terdiri atas dudukan (*mounting*) yang menyatu dengan *tripod*, *Optical Tube Assembly* (OTA), dan penghalang (*baffle*). Beberapa teleskop saat ini dilengkapi perangkat lunak seperti sistem kontrol dan pengolahan gambar secara real-time dalam sistem pengamatan hilal (Buick 2006, Hendrawijaya 2009). Berdasarkan prinsip kerjanya, teleskop dibagi dalam tiga kelompok utama, yaitu reflektor, refraktor, dan catadioptri (Hermawan 2019). Teleskop reflektor umumnya memanfaatkan cermin sehingga efektif untuk mengamati benda yang redup cahaya di ruang angkasa. Cahaya yang datang dari obyek diteruskan pada cermin cekung di bagian belakang teleskop, kemudian dipantulkan pada cermin datar sebelum dipandu menuju lensa okuler (Qiu 1998, Fitzsimmons *et al.* 2000, Legitawuri dkk 2019). Bagan perjalanan sinar pada teleskop reflektor diperlihatkan pada **Gambar 3a**. Teleskop refraktor umumnya menggunakan lensa sehingga efektif untuk pengamatan benda angkasa yang memancarkan dan memantulkan cahaya. Sinar datang pada teleskop tipe refraktor dibiaskan pada lensa objektif, kemudian diteruskan menuju lensa okuler dengan bagan seperti pada **Gambar 3b** (Darnell 1985, Lamagna *et al.* 2020). Tipe catadioptri merupakan perpaduan antara teleskop reflektor dan refraktor yang desainnya seperti Teleskop Cassegrain. Cahaya yang datang pada teleskop dibiaskan lensa objektif menuju cermin utama, kemudain dipantulkan ke cermin sekunder sebelum diteruskan ke lensa okuler. Bagan perjalanan sinar pada teleskop catadioptric diperlihatkan pada **Gambar 3c** (Junaidi 2018, Aminuddin *et al* 2018, Aminuddin *et al* 2019).

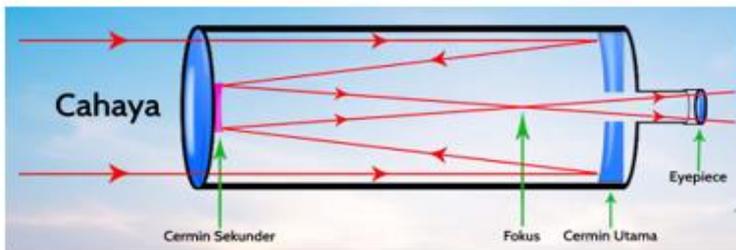
a). Teleskop reflektor



b). Teleskop refraktor



c). Teleskop catadioptri



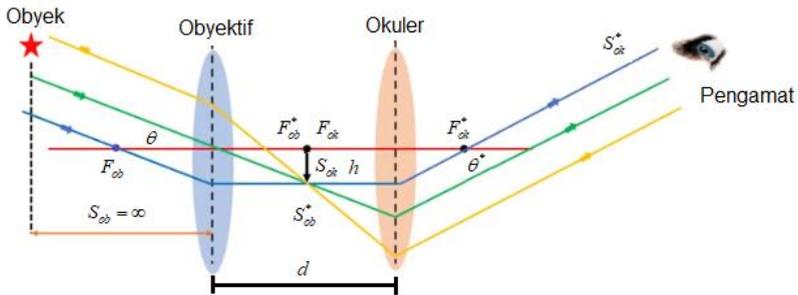
Gambar 3. Tipe Teleskop Berdasarkan Proses Pembiasan dan Pemantulan Cahaya

Ilustrasi perjalanan sinar pada sebuah teleskop diperlihatkan pada **Gambar 4**. Berkas cahaya dari obyek-obyek langit datang berupa berkas cahaya sejajar yang diterima oleh lensa obyektif, sehingga membentuk bayangan nyata, diperkecil, dan terbalik di titik fokus lensa obyektif (F_{ob}) yang dinyatakan dalam bentuk

$$\frac{1}{F_{ob}} = \frac{1}{S_{ob}} + \frac{1}{S_{ob}^*}$$

Pada persamaan (1), S_{ob} adalah jarak obyek dalam hal ini benda langit terhadap lensa obyektif teropong dan S_{ob}^* adalah

bayangan lensa obyektif. Bayangan yang terbentuk adalah nyata, terbalik dan kecil. Jika jarak obyek benda langit diasumsikan sangat jauh ($S_{ob} = \infty$), maka bayangan obyek berada pada titik fokus lensa obyektif ($F_{ob} = S_{ob}^*$).



Gambar 4. Ilustrasi Pembiasan Sinar pada Teleskop

Selanjutnya, bayangan yang dibentuk lensa obyektif dianggap sebagai benda bagi lensa okuler (S_{ok}) dengan tinggi (h). Bayangan tersebut tepat berada pada titik fokus lensa okuler (F_{ok}). Dengan menggunakan prinsip yang sama seperti pada lensa obyektif, maka persamaan untuk lensa okuler dapat dituliskan dalam bentuk

$$\frac{1}{F_{ok}} = \frac{1}{S_{ok}} + \frac{1}{S_{ok}^*}$$

Jika mata pengamat sebagai sistem optik dianggap tidak berakomodasi (rileks) maka bayangan yang terbentuk berada pada titik yang sangat jauh ($S_{ok}^* = \infty$) dengan syarat ($F_{ok} = S_{ok}^*$). Berdasarkan kondisi ini, maka panjang teleskop (*focal length*) dapat diperkirakan dengan persamaan

$$d = F_{ob}^* + F_{ok}$$

Panjang teleskop ini bukan merupakan angka secara total, tetapi panjang bagian dalam sebagai hasil analisis pembiasan sinar pada lensa.

Nilai perbesaran total bayangan dapat diperkirakan dengan menganalisis perjalanan sinar pada teropong. Jika tinggi bayangan lensa obyektif (h) sangat kecil dibandingkan F_{ob}^* , maka sudut θ sangat kecil sehingga $\tan \theta \approx \theta$ adalah

$$\theta \approx \frac{h}{F_{ob}^*}$$

Bayangan lensa obyektif yang sejajar dengan sumbu utama akan dibiarkan melewati titik fokus okuler (F_{ok}) menuju ke mata pengamat, sehingga sudut θ^* dapat dinyatakan dalam bentuk

$$\theta^* \approx \frac{h}{F_{ok}}$$

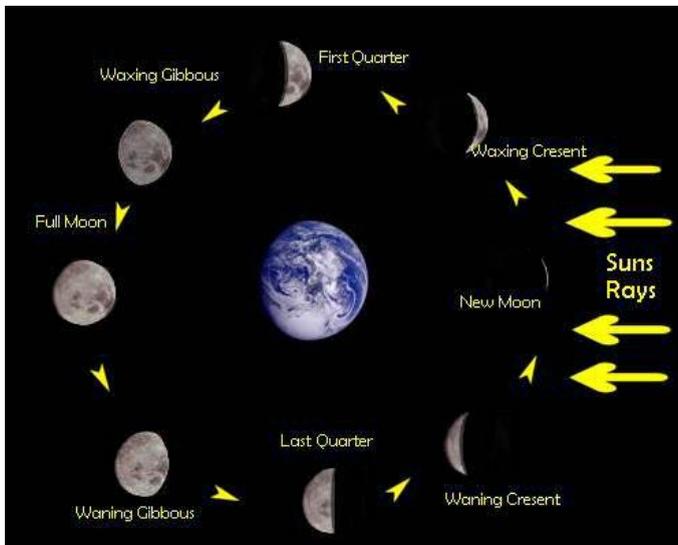
Perbandingan sudut yang perjalanan cahaya dari sumbu utama antara lensa okuler dan lensa obyektif akan menghasilkan nilai perbesaran bayangan pada teleskop, yaitu:

$$M = \frac{\theta^*}{\theta} = -\frac{F_{ob}^*}{F_{ok}}$$

Tanda minus (-) menunjukkan bahwa bayangan yang terbaca oleh pengamat adalah terbalik. Meskipun terbalik, hal ini tidak menjadi persoalan yang serius untuk benda luar angkasa karena obyek yang diproyeksikan bersipat simetri. Dari perumusan ini, maka dapat dikatakan bahwa perbesaran optimal akan didapatkan dengan membuat panjang fokus lensa obyektif lebih besar dari lensa okuler ($F_{ob}^* \gg F_{ok}$) (Kuze *et al.* 1998, Liang *et.al* 2019, Iskandar dan Marwoto 2020).

3.2 Prinsip dasar perhitungan astronomi

Pemanfaatan teleskop sangat berperan dalam pencapaian obyektivitas hasil pengamatan dan unifikasi persepsi hilal. Selain itu, kesalahan-kesalahan persepsi tentang obyek-obyek langit lain yang diduga sebagai hilal dapat dihindari. Berdasarkan perhitungan dan pengamatan astronomis fase bulan diperlihatkan pada **Gambar 5**. Konsep tersebut kemudian dikembangkan sebagai kriteria visibilitas hilal (*imkanur rukyat*) untuk penentuan awal bulan kalender Hijriyah (*lunar calender*) (Aini, 2017, Hidayat, 2019).



Gambar 5. Fase Bulan Berdasarkan Perhitungan dan Pengamatan Astronomis (Röösli *et.al* 2006)

Secara bahasa *imkanur-rukyat* adalah mempertimbangkan kemungkinan terlihatnya hilal (Djamaluddin 2014, Laila 2011, Aini 2017). Berdasarkan Musyawarah Menteri-menteri Agama Brunei Darussalam, Indonesia, Malaysia dan Singapura (MABIMS), awal bulan hijriyah pada Kalender Resmi Pemerintah ditetapkan dengan prinsip:

1. Pada saat matahari terbenam, ketinggian (*altitude*) bulan di atas cakrawala lebih besar dari 2 derajat
2. Sudut elongasi (jarak lengkung) antara bulan dan matahari lebih besar dari 3 derajat,
3. Pada saat bulan terbenam, usia bulan lebih dari 8 jam, dihitung sejak terjadinya konjungsi (*ijtima'*), dimana Matahari, Bumi, dan Bulan berada pada garis horizon.

Kriteria tersebut disepakati oleh MABIMS hingga tahun 2001 yang terkenal dengan prinsip 2-3-8. Selanjutnya, pada tahun 2022, kriteria baru ditentukan berdasarkan rekomendasi Jakarta yang dirumuskan sejak tahun 2017 yang kemudian dikenal dengan RJ2017. Adapun kriteria yang dimaksud adalah:

1. Pada saat matahari terbenam tinggi hilal tidak kurang dari 3 derajat di atas ufuk.
2. Sudut elongasi antara bulan dan matahari tidak kurang dari 6,4 derajat

Pada kriteria baru ini, sudah tidak ada kriteria umur bulan setelah konjungsi (*ijtima'*). Ilustrasi kriteria baru MABIMS berdasarkan rekomendasi Jakarta (RJ2017) diperlihatkan pada **Gambar 6**.



Gambar 6. Kriteria Ketampakan Hilal (RJ2017)

Penjelasan tentang kriteria ketampakan hilal berdasarkan beberapa kriteria dapat diturunkan dari sistem koordinat segitiga bola (Djamaluddin 2014, Laila 2011, Aini 2017). Pada **Gambar 7a** diperlihatkan prinsip dasar koordinat segitiga bola dimana garis lengkung a merupakan sudut elongasi (sudut lengkung antara bulan dan matahari). Dari **Gambar 7a** sudut elongasi dapat ditentukan berdasarkan aturan cosinus

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

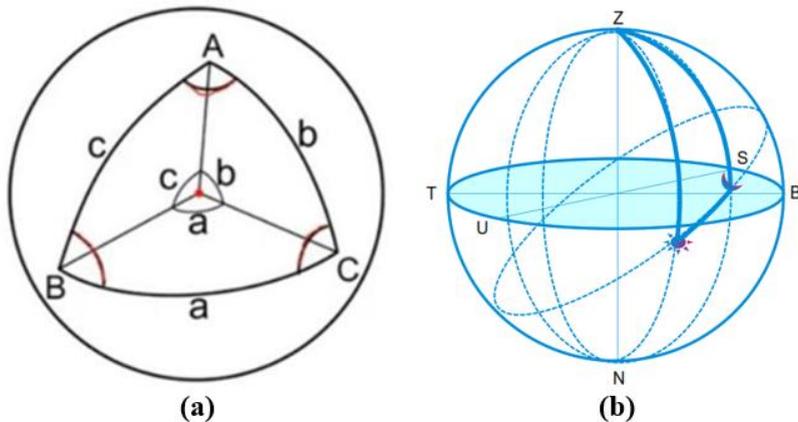
Pada persamaan (5) diketahui bahwa

$$b = 90 - \text{Altitude AC}$$

$$c = 90 - \text{Altitude AB}$$

$$BC = |A - B|$$

Sebagai ilustrasi, pada **Gambar 7b** diketahui azimuth bulan: $272^{\circ}42'34''$, altitute bulan: $001^{\circ}27'11''$, azimuth matahari: $274^{\circ}23'15''$, dan altitute matahari: $-002^{\circ}08'04''$. Dengan menggunakan persamaan (6) sampai (9) maka diperoleh sudut elongasi: $03^{\circ} 57' 38''$.



Gambar 7. Ilustrasi Penentuan Sudut Elongasi Bulan dan Matahari

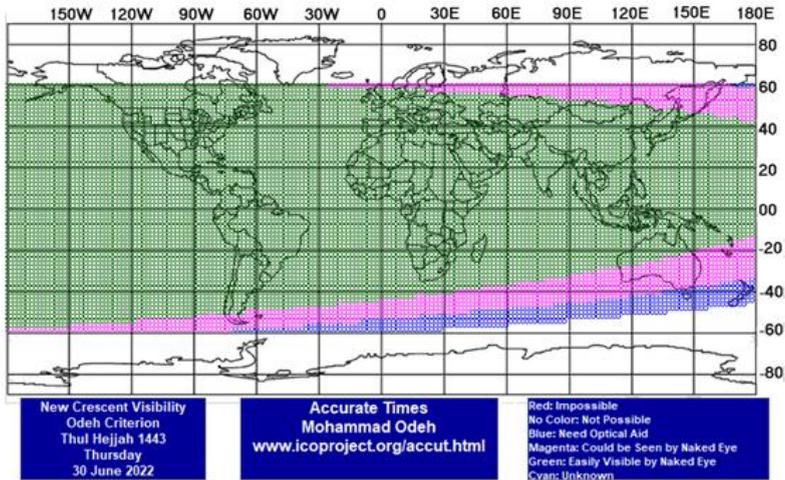
Berdasarkan kesepakatan MABIMS terbaru (RJ2017) maka metode hisab (perhitungan) dan rukyat (pengamatan) terkait pengamatan hilal di Indonesia akan memberikan kondisi seperti berikut:

1. Pada ketinggian hilal kurang dari 0 derajat dipastikan hilal tidak dapat dilihat. Kondisi ini akan melahirkan kesepakatan bahwa metode rukyat dan hisab sepakat bahwa pada malam pengamatan belum masuk bulan baru.
2. Pada ketinggian hilal lebih dari 3 derajat kemungkinan besar hilal dapat dilihat. Pelaksanaan rukyat pada kondisi ini memungkinkan hisab terkonfirmasi dengan terlihatnya bulan.
3. Pada ketinggian hilal antara 0 sampai 3 derajat, pada prinsipnya hilal sudah di atas cakrawala (ufuk). Dalam kondisi hilal berhasil dilihat, metode hisab dan rukyat sepakat bahwa awal bulan telah masuk pada malam pengamatan. Jika hilal tidak terlihat, maka pengamal rukyat akan memutuskan bahwa pada malam pengamatan belum masuk awal bulan sedangkan pengamal hisab memutuskan sebaliknya.

3.3 Hasil pemantauan hilal di Pantai Logending Cilacap

Dalam beberapa opini, gambar yang diperoleh melalui pengamatan hilal kadang tertolak berdasarkan kriteria hasil perhitungan (hisab). Dalam pengamatan ini, gambar yang tertangkap oleh teleskop diyakini sebagai hilal dengan data pendukung yang diperoleh dari aplikasi stellarium, Accura time, dan StarTracker (Odeh 2006, Laila 2011). Pada **Gambar 8**

menunjukkan hasil perhitungan (hisab) berdasarkan kriteria Odeh. Sebelumnya telah dilakukan beberapa pengecekan melalui software Accurate Time berdasarkan beberapa kriteria, tetapi pada penjelasan ini hanya memperlihatkan kriteria Odeh yang hasilnya pada prinsipnya sama dengan kriteria lainnya, seperti MABIMS (Menteri Agama Brunei Indonesia Malaysia Singapura) (Djamaluddin 2004, Qulub 2017).



Gambar 8. Data Hasil Perhitungan Dengan Kriteria Odeh pada Tanggal 30 Juni 2022 (Sumber: Accurate Times Mohammass Odeh <http://www.icoproject.org/accut.html>)

Menurut pengamal hisab, pada prinsipnya 1 Zulhijjah 1443 H jatuh pada Rabu malam, 29 Juni 2022 M, karena konjungsi terjadi pada Jam 09:52 Lokal Time (Pantai Legonding, Cilacap, Jawa Tengah). Berdasarkan perhitungan kriteria Odeh (International Astronomical Center), pada Hari Rabu, 29 Juni 2022 M, Jam 17:41, tinggi bulan sudah mencapai 3 derajat: 54 menit: 15 detik, dengan sudut elongasi 5 derajat: 16 menit: 7 detik. Menurut kriteria MABIMS (Qulub 2017), hilal tidak akan terlihat. Terbukti bahwa pengamatan pada Hari Rabu 29 Juni 2022 M, tidak berhasil melihat hilal. Selanjutnya, pada Hari Tanggal 30 Juni 2022 M, pengamatan kembali dilakukan dimana kriteria International Astronomical Center menunjukkan bahwa bulan muda berada pada ketinggian 4 derajat: 30 menit: 5 detik dengan sudut elongasi 15 derajat: 6 menit: 27 detik.

4. Kesimpulan

Dalam tulisan ini diuraikan secara singkat tentang metode pemantauan hilal berdasarkan pemantauan dengan batuan teleskop (metode *rukyah*) dan perhitungan astronomi (metode *hisab*). Teleskop sebagai instrument utama dalam pemantauan hilal merupakan alat optik yang mengumpulkan cahaya hilal sesaat setelah matahari terbenam. Dalam pemantauan ketampakan hilal dibutuhkan perhitungan astronomi sebelum proses pengamatan untuk memastikan bahwa obyek yang terpantau adalah hilal. Untuk itu, dapat disimpulkan bahwa metode perhitungan (*hisab*) dapat digunakan sebagai pendukung pemantauan *hilal* dengan teleskop. Sebaliknya, metode pengamatan (*rukyah*) merupakan prosedur eksperimen untuk mengoreksi perhitungan.

Daftar Pustaka

- Aini, S. (2017). Disparitas Antara Hisab dan Rukyat: Akar Perbedaan dan Kompleksitas Percabangannya. *Muslim Heritage*, 2(1): 19-42. <https://doi.org/10.21154/muslimheritage.v2i1.1044>.
- Aminuddin, J., Okude, S., Alimuddin, I., Tursilowati, L., Manago, N., dan Kuze, H. (2019). Development of LED-DOAS System for Observing Aerosol Optical Properties in the Lower Troposphere. *Journal of Physics: Conference Series*, 1341(8): 082006. IOP Publishing. <https://doi:10.1088/1742-6596/1341/8/082006>.
- Buick, T. (2006). *How to Photograph the Moon and Planets with Your Digital Camera*. New York: Springer.
- Darnell, R.J. (1985). Cryogenic Refractor Design Techniques. *Cryogenic Optical Systems and Instruments*, 509: 103-109. International Society for Optics and Photonics. <https://doi.org/10.1117/12.944983>.
- Doggett, L.E., Schaeffer, B.E. (1994). *Lunar Crescent Visibility*. ICARUS 107. 388- 403.
- Fitzsimmons, J.T., Veidt, B. dan Dewdney, P.E. (2000). Steady-state Analysis of the Multi-Tethered Aerostat Platform for the Large Adaptive Reflector Telescope. *Radio Telescopes*, 4015: 476-487. International Society for Optics and Photonics. <https://doi.org/10.1117/12.390441>.
- Herdiwijaya, D. (2009). Prosedur Sederhana Pengolahan Citra untuk Pengamatan Hilal. *Prosiding Seminar Nasional Hilal*. Lembang. Jawa Barat, 109-111.

- Herdiwijaya, D., Djamal, M., Gunawan, H., Mexsida, Z.A., Mandey, D., dan Wijaya, R.R. (2010). Developing Telescope Baffle for Increasing Contrast of the Very Young Lunar Crescent Visibility. *Proceedings of the Third International Conference on Mathematical and Natural Science. Bandung*. Indonesia, 1214-1220.
- Hermawan, L. (2019). Mengenal Jenis-Jenis Teleskop dan Penggunaannya. *Al-Marshad: Jurnal Astronomi Islam dan Ilmu-Ilmu Berkaitan*, 5(1): <http://dx.doi.org/10.30596%2Fjam.v5i1.3125>.
- Hidayat, E. (2019). Sejarah Perkembangan Hisab dan Rukyat. *Elfalaky: Jurnal Ilmu Falak*, 3(1): <https://doi.org/10.24252/ifk.v3i1.9777>.
- Iskandar, H., dan Marwoto, P. (2020). Integrasi Simulasi Pembentukan Bayangan pada Cermin Cembung menggunakan Visual Basic for Application Powerpoint dengan Nomograf Optik. *PSEJ (Pancasakti Science Education Journal)*, 5(1): 17-27. <https://doi.org/10.24905/psej.v5i1.29>.
- Izzan, A., dan Saifullah, I. (2013). *Studi Ilmu Falak*. Tangerang Selatan: Pustaka Aufa Media.
- Junaidi, A. (2018). Combining Rukyatulhلال with the Development of Science. *Madania: Journal of Islamic Studies*, 22(1): 145-156. <http://dx.doi.org/10.29300/madania.v22i1.730>.
- Kuze, H., Kinjo, H., Sakurada, Y., dan Takeuchi, N. (1998). Field-of-view Dependence of Lidar Signals by use of Newtonian and Cassegrainian Telescopes. *Applied Optics*, 37(15): 3128-3132. <https://doi.org/10.1364/AO.37.003128>.
- Laila, N. (2011). Algoritma Astronomi Modern dalam Penentuan Awal Bulan Qamariah (Pemanfaatan Komputerisasi Program Hisab dan Sistem Rukyat Online). *Jurisdictie: Jurnal Hukum dan Syariah*. <https://doi.org/10.18860/j.v0i0.2168>.
- Lamagna, L., Gudmundsson, J.E., Imada, H., Hargrave, P., Franceschet, C., De Petris, M., Austermann, J., Bounissou, S., Columbro, F., De Bernardis, P. dan Henrot-Versillé, S. (2020). The Optical Design of the Litebird Medium and High Frequency Telescope. *Space Telescopes and Instrumentation 2020: Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, Vol. 11443, p. 1144370. International Society for Optics and Photonics. <https://doi.org/10.1117/12.2579233>.

- Legitawuri, D., Priyatikanto, R., dan Rayhana, E. (2019). Mengukur Aberasi Astigmatisme pada Teleskop Rifast 500 F/3.8 Menggunakan Metode Geometri. *Prosiding Seminar Nasional Fisika (e-Journal)*, 8: SNF2019-PA. <https://doi.org/10.21009/03.SNF2019.02.PA.16>.
- Liang, W.L., Pan, J.G. and Su, G.D.J. (2019). One-Lens Camera using a Biologically Based Artificial Compound Eye with Multiple Focal Lengths. *Optica*, 6(3): 326-334. <https://doi.org/10.1364/OPTICA.6.000326>.
- Odeh, M.S. (2006). *New Criterion for Lunar Crescent Visibility*. ICOP. Roth, G.D. 2009. *Handbook of Practical Astronomy*. New York: Springer.
- Qiu, Y.H. (1998). A Novel Design for a Giant Arecibo-Type Spherical Radio Telescope with an Active Main Reflector. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 301(3): 827-830. <https://doi.org/10.1111/j.1365-8711.1998.02067.x>
- Qulub, S.T. (2017). Mengkaji Konsep Kalender Islam Internasional Gagasan Mohammad Ilyas. *Al-Marshad: Jurnal Astronomi Islam dan Ilmu-Ilmu Berkaitan*, 3(1).
- Djamaludin, T. (2014). Problema Rukyat Hilal Qobla Ghurub Bisa Terjadi Sebelum Wujudul Hilal. *tdjamaludin.worldpres.com*. Diakses pada 24 Juni 2015.
- Röösli, M., Jüni, P., Braun-Fahrländer, C.H, Brinkhof, M.W., Low, N. and Egger, M. (2006). Sleepless Night, the Moon is Bright: Longitudinal Study of Lunar Phase and Sleep. *Journal of Sleep Research*, 15(2): 149-153. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2869.2006.00520.x>
- Sudibyo, M.M. (2009). Variasi Lokal dalam Visibilitas Hilal: Observasi Hilal di Indonesia pada 2007-2009. *Prosiding Pertemuan Ilmiah XXV HFI Jateng & DIY*, 118-122.
- Utama, J.A., dan Siregar, S. (2013). Usulan Kriteria Visibilitas Hilal di Indonesia dengan Model Kastner. *Jurnal Pendidikan Fisika*, 9: 197-205. <https://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/JPFI/article/view/3040/3076>.

PENGUJIAN STRUKTUR MORFOLOGI DAN KRISTALIN SERBUK SILIKA ABU SEKAM PADI HASIL TEKNIK *MECHANICAL MILLING*

Sunardi¹⁾, Agung Bambang Setio Utomo²⁾, Yazid Isnen¹⁾, Trisha Syarifah¹⁾, Wihantoro¹⁾, Efitia Pratiwi Adi¹⁾, Ampala Khoryanton³⁾, Parmin Lumban Toruan⁴⁾, dan Kartika Sari^{1,*)}

¹⁾Jurusan Fisika FMIPA Universitas Jenderal Soedirman Purwoketo 53123

²⁾Departemen Fisika FMIPA Universitas Gadjah Mada Yogyakarta 55281

³⁾Departemen Teknik Mesin Politeknik Negeri Semarang 50275

⁴⁾Jurusan Fisika FST Universitas PGRI Palembang 30252
kartika.sari@unsoed.ac.id*)

Abstrak. Pemanfaatan limbah abu sekam untuk sintesis serbuk silika sedang dikembangkan yang bertujuan untuk mengurangi pencemaran lingkungan. Sintesis silika abu sekam padi telah berhasil dilakukan menggunakan metode sol gel menggunakan larutan NaOH 1N dan penambahan larutan asam CH₃COOH 1%. Teknik mechanical milling digunakan untuk mendapat serbuk silika berukuran nano. Waktu milling yang digunakan selama 15 jam, dan kecepatan 250 rpm. Kemudian, serbuk silika abu sekam padi dilakukan pengujian menggunakan *Scanning Electron Microscope* (SEM), dan *X-Ray Diffraction* (XRD) yang bertujuan untuk kajian morfologi permukaan dan struktur kristalin. Hasil pengujian SEM menunjukkan bahwa struktur morfologi permukaan silika abu sekam padi tanpa milling distribusi butiran partikel yang beragam, dan homogen. Namun, hasil milling silika abu sekam padi dengan waktu milling 15 jam terjadi agglomerasi. Ukuran butiran silika tanpa milling sebesar $3,070 \pm 0,166 \mu\text{m}$ dan silika dengan waktu milling 15 jam sebesar $0,985 \pm 0,034 \mu\text{m}$. Struktur kristal serbuk silika abu sekam padi tanpa milling (S0) dan dengan milling (S15) diperoleh berstruktur amorf. Ukuran kristalin, dan regangan kisi untuk S0 sebesar 1,35 nm, dan 0,14. Sedangkan, untuk S15 dihasilkan ukuran kristalin, dan regangan kisi sebesar 0,88 nm, dan 0,21. Sehingga, hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa silika abu sekam padi hasil *mechanical milling* menggunakan metode sol gel dapat digunakan sebagai filler komposit dan komponen baterai.

Kata Kunci: Struktur morfologi, struktur kristalin, silika abu sekam padi, metode sol gel, mechanical milling.

Abstract. *Utilization of husk ash waste for the synthesis of silica powder is being developed which aims to reduce environmental pollution. The synthesis of rice husk ash silica has been successfully carried out using the sol gel method using 1N NaOH solution and the addition of 1% CH₃COOH acid solution. Mechanical milling technique is used to obtain nano-sized silica powder. The milling time used was 15 hours, and the speed was 250 rpm. Then, rice husk ash silica powder was tested using Scanning Electron Microscope (SEM), and X-Ray Diffraction (XRD) which aims to study surface morphology and crystalline structure. The results of the SEM test showed that the surface morphological structure of rice husk ash silk without milling was diverse and homogeneous. However, the results of milling silica ash rice husk with a milling time of 15 hours agglomeration occurs. The grain size of silica without milling was 3.070 ± 0.166 m and silica with a milling time of 15 hours was 0.985 ± 0.034 m. The crystal structure of rice husk ash without milling (S0) and milling (S15) obtained an amorphous structure. Crystalline size, and lattice strain for S0 were 1.35 nm, and 0.14. Meanwhile, for S15 the crystalline size, and lattice strain were 0.88 nm, and 0.21. Thus, the results of this study can be concluded that the silica ash of rice husk from mechanical milling using the sol gel method can be used as a composite filler and battery component.*

Keywords: *Morphological structure, crystalline structure, rice husk ash silica, sol gel method, mechanical milling.*

1. Pendahuluan

Sintesis serbuk silika abu sekam padi menggunakan metode sol-gel ekstraksi alkalin, dimana serbuk silika dilarutkan dalam larutan basa (alkalin). Proses pengasaman juga bagian dari metode sol-gel untuk menghasilkan silika gel (Azmiyawati dkk., 2019). Salah satu sifat silika adalah dapat terlarut dalam larutan basa, sehingga serbuk silika dilarutkan dalam larutan natrium hidroksida untuk membentuk larutan natrium silikat. Larutan natrium silikat beragglomerasi menjadi sol natrium silikat untuk menghasilkan silika gel dengan mencampurkan

larutan asam. Sintesis silika gel dari abu sekam padi dilakukan oleh Handayani dkk., (2015), dengan dibakar pada suhu 700 °C, dilarutkan dengan NaOH (natrium hidroksida), dan penambahan larutan asam CH₃COOH (asam asetat). Silika gel yang dihasilkan memiliki luas permukaan spesifik sebesar 9,685 m²/g, volume total pori 0,02118 cc/g, dan ukuran rata-rata pori sebesar 43,7357 Å. Silika gel yang diperoleh memiliki gugus siloksan (Si-O-Si), dan gugus silanol (Si-OH). Selain itu, silika yang diperoleh juga menghasilkan kemurnian silika yang lebih besar dan kemampuan menyerap air lebih baik dibandingkan dengan penambahan larutan asam HCl. Suhu pembakaran sekam padi untuk menghasilkan abu akan berpengaruh terhadap sifat kristalin silika. Sekam padi yang dibakar pada suhu 700 °C akan menghasilkan abu bersifat amorf, dan bersifat kristal jika dibakar lebih dari suhu 850 °C. Silika abu sekam padi hasil metode sol gel dilakukan milling untuk mendapat butiran ukuran yang kecil (nano) agar dapat tercampur sempurna saat dicampurkan dengan material lain.

Sintesis serbuk silika abu sekam padi berukuran mikro hingga nano menggunakan teknik *mechanical milling*. *Mechanical milling* merupakan suatu teknik menghasilkan serbuk halus menggunakan mesin milling. Pembuatan serbuk silika abu sekam padi dilakukan dengan proses pencucian menggunakan larutan asam HNO₃ kemudian dilakukan teknik *mechanical milling* selama 3 jam untuk menghasilkan partikel silika berukuran rata-rata kurang dari 500 nm dengan diameter antara 14 nm dan 28 nm (Rojas dkk., 2019). Ukuran butiran yang dihasilkan juga lebih halus dibandingkan tanpa milling.

Limbah abu sekam padi dari pembakaran bata merah akan digunakan untuk membuat serbuk silika menggunakan metode sol gel ekstraksi alkalin dalam penelitian. Larutan yang digunakan adalah larutan NaOH dan larutan CH₃COOH. Asam asetat dipilih karena bersifat tidak korosif dan ramah lingkungan (Sapei dkk., 2015). Kemudian, hasil sintesis serbuk silika abu sekam padi dilakukan *mechanical milling* selama 15 jam. Pengujian menggunakan *Scanning Electron Microscope* (SEM) untuk menentukan struktur morfologi permukaan sampel. Sedangkan, struktur kristalin dan ukuran kristalin diuji menggunakan *X-Ray Diffraction* (XRD). Serbuk silika abu sekam padi hasil *mechanical milling* diharapkan dapat digunakan sebagai salah satu filler material komposit, komponen baterai, dan fotokatalis.

2. Metodologi Penelitian

2.1 Bahan dan alat yang digunakan

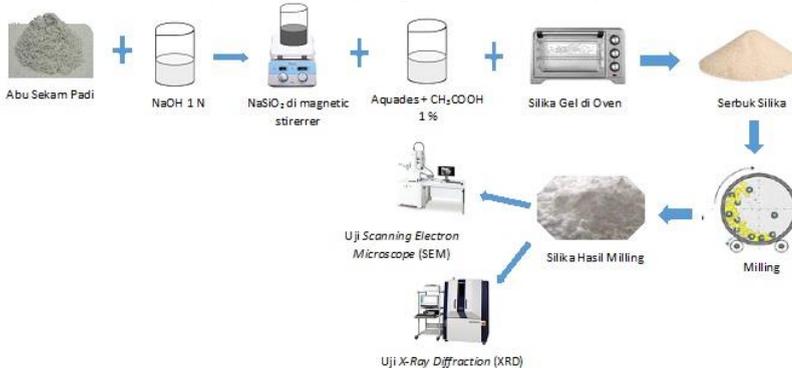
Bahan yang digunakan adalah abu sekam padi, NaOH 1 N, Aquades, CH₃COOH 1%, dan etanol. Alat yang digunakan ayakan, neraca digital, gelas ukur dan beker, magnetic stirrer kertas saring, kertas pH, mortar, pestle, aluminium foil, *High Energy Milling* (HEM) merk SPEX CertiPrep 8000M Mixer/Mill dan oven.

2.2 Alat uji yang digunakan

Scanning Electron Microscope (SEM) JEOL tipe JSM 5910 LV untuk menentukan struktur morfologi permukaan serbuk silika abu sekam padi tanpa milling (S0) dan dengan waktu milling selama 15 jam (S15). *X-Ray Diffraction* (XRD) Rigaku Multiflex 2 untuk menentukan struktur silika, ukuran kristalin, derajat kristalinitas dan regangan kisi (*lattice strain*) dari serbuk silika abu sekam padi.

2.3 Desain penelitian

Desain penelitian yang dilakukan seperti **Gambar 1**.



Gambar 1. Desain Sintesis Serbuk Silika Abu Sekam Padi

Pembuatan serbuk silika dari abu sekam padi yang dilakukan seperti Gambar 1. Larutan Natrium Silikat diperoleh dari hasil filtrat campuran abu sekam padi halus dengan larutan NaOH 1N dan larutan CH₃COOH sampai pH larutan campuran bernilai 7. Kemudian, larutan tersebut didiamkan selama 18 jam untuk pematangan gel. Gel yang dihasilkan dari pematangan gel kemudian dikeringkan menggunakan oven pada suhu 100 °C. Proses pengeringan gel tersebut membutuhkan waktu yang lama. Hasil dari pengeringan gel berupa silika gel kering yang disebut Xerogel.

Xerogel yang dihasilkan ditumbuk dengan pestle dan mortar untuk menghasilkan serbuk silika. Serbuk silika abu sekam padi yang dihasilkan kemudian dilakukan *mechanical milling* dengan variasi waktu 0 jam (S₀) dan 15 jam (S₁₅) untuk mendapatkan butiran serbuk yang lebih halus dan partikel berukuran nanometer. Kemudian, sampel S₀ dan S₁₅ dilakukan pengujian *Scanning Electron Microscope* (SEM) untuk menentukan struktur morfologi permukaan, dan *X-Ray Diffraction* (XRD) untuk menentukan struktur kristal, ukuran kristalin, derajat kristalinitas, dan *lattice strain* (regangan kisi) dari serbuk yang terbentuk.

2.4 Prosedur penelitian

Tahapan penelitian yang dilakukan adalah :

2.4.1 Tahapan proses *milling* serbuk silika dari abu sekam padi
Proses *milling* silika dari abu sekam padi dilakukan menggunakan *Planetary Ball Milling*. Silika dari abu sekam padi ditimbang untuk perbandingan sampel dan *ball mill* dengan perbandingan 10:1. Silika di *milling* dengan variasi waktu 0 jam (S₀) dan 15 jam (S₁₅) dengan kecepatan *milling* 250 rpm. Proses *milling* silika dari abu sekam padi dilakukan di Pusat Sains Teknologi Bahan Maju (PSTBM) di BATAN Serpong.

2.4.2 Tahapan pengujian serbuk silika abu sekam padi
Pengujian silika abu sekam padi menggunakan *Scanning Electron Microscope* (SEM) dan *X-Ray Diffraction* (XRD).

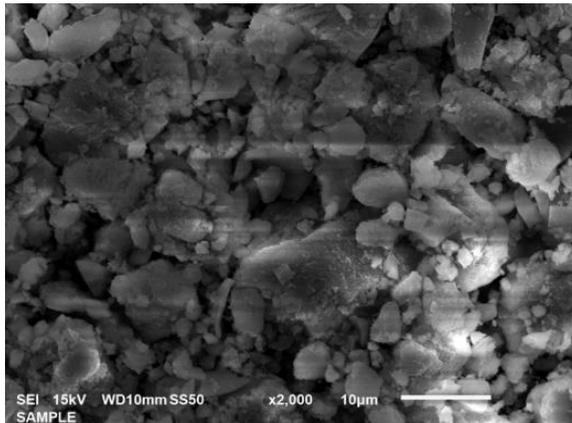
- a. Uji *Scanning Electron Microscope* (SEM)
Pengujian SEM dilakukan pada silika S₀ dan S₁₅. Uji SEM dilakukan untuk menentukan struktur morfologi permukaan sampel.
- b. Uji *X-Ray Diffraction* (XRD)
Pengujian XRD dilakukan untuk menentukan struktur kristal silika dan regangan kisi (*lattice strain*) serbuk silika abu sekam padi.

3. Pembahasan

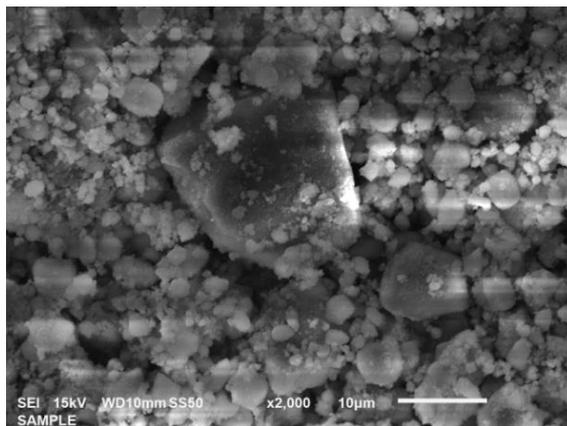
Analisis yang dilakukan dalam penelitian sintesis serbuk silika abu sekam hasil *mechanical milling* adalah struktur morfologi permukaan (hasil uji SEM), dan ukuran kristalin serta regangan kisi (hasil uji XRD).

3.1 Analisis hasil pengujian *Scanning Electron Microscope* (SEM)

Struktur morfologi permukaan serbuk silika abu sekam padi hasil mechanical milling menggunakan metode sol gel ekstraksi alkalin S0, dan S15 dianalisis melalui citra yang dihasilkan oleh *Scanning Electron Microscope* (SEM). Hasil citra SEM dari S0, dan S15 pada Gambar 2.



(a)



(b)

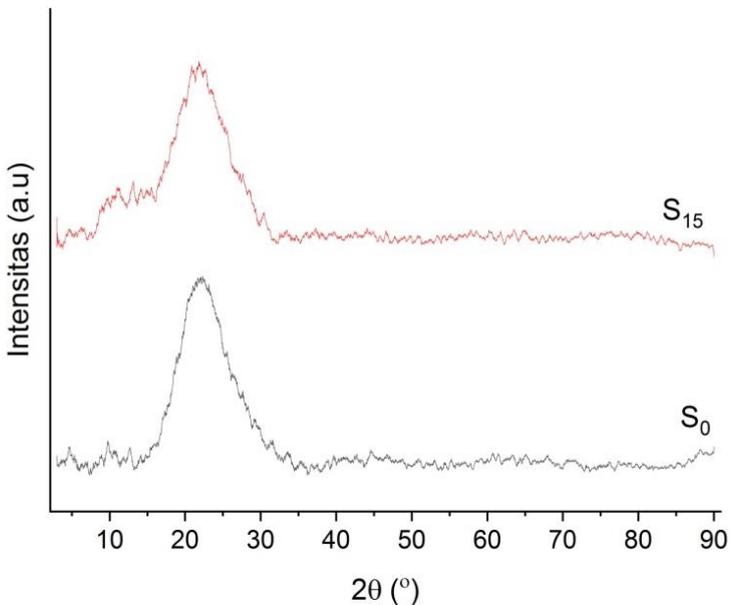
Gambar 2. Hasil Citra SEM untuk (a) S0; (b) S15

Gambar 2(a), dan Gambar (b) menunjukkan kedua sampel memiliki ukuran dan bentuk butiran partikel silika yang beragam (heterogen). Sampel S0 menunjukkan terjadinya distribusi lebih banyak butiran partikel berukuran lebih besar dibandingkan sampel S15. Struktur morfologi permukaan

sampel S15 menunjukkan butiran silika cenderung menggumpal (agglomerasi) dibandingkan S0 dan terdapat butiran berukuran besar diantara butiran partikel berukuran kecil. Proses milling menghasilkan butiran partikel yang halus dan cenderung agglomerasi diakibatkan oleh interaksi gaya elektrostatis pada partikel (Desiati dkk., 2018).

3.2 Analisis hasil pengujian X-Ray Diffraction (XRD)

Struktur serbuk silika abu sekam padi hasil *mechanical milling* menggunakan metode sol gel untuk S0, dan S15 dilakukan melalui uji XRD. Pengujian tersebut dilakukan untuk menentukan struktur fase, ukuran butiran, dan regangan kisi serbuk silika abu sekam padi. Hasil pola difraksi dari sampel S0 dan S15 pada Gambar 3 dan hasil pengukuran ukuran kristalin dan regangan kisi pada Tabel 1.



Gambar 3. Hasil Pola XRD Silika Abu Sekam Padi S0 dan S15

Tabel 1. Ukuran Kristalin dan *Lattice Strain* Serbuk Silika Abu Sekam Padi

Sampel	Ukuran Kristal (nm)	<i>Lattice Strain</i>
S ₀	1,35	0,14
S ₁₅	0,88	0,21

Pelebaran puncak difraksi XRD menurut metode Scherrer dipengaruhi oleh ukuran butiran dan dihitung menggunakan persamaan (1).

$$D = \frac{K\lambda}{\beta \cos\theta} \quad (1)$$

dengan D merupakan ukuran kristal atau ukuran butir kristal, λ adalah panjang gelombang sinar-X, θ adalah sudut difraksi, β adalah nilai FWHM (Full Width at Half Maximum), dan K adalah konstanta yang umumnya bernilai 0,94 (Sumadiyasa dan Manuaba, 2018). Nilai lebar puncak difraksi diukur pada setengah intensitas maksimum sehingga disebut sebagai FWHM (Full Width at Half Maximum). Ukuran kristalin dan regangan kisi hasil uji XRD ditunjukkan Tabel 1. menyatakan bahwa teknik *mechanical milling* dapat mengurangi ukuran kristal dan meningkatkan regangan kisi (*lattice strain*).

Faktor yang mempengaruhi pelebaran puncak selain ukuran kristalin menurut metode Williamson-Hall (W-H) adalah regangan kisi (*lattice strain*) dalam persamaan (2):

$$\beta = \frac{K\lambda}{D \cos\theta} + 4\epsilon \tan\theta \quad (2)$$

dengan ϵ merupakan regangan kisi (*lattice strain*). Pengaruh ukuran kristalin dan regangan kisi terhadap pelebaran puncak XRD tidak bergantung satu sama lain, sehingga *lattice strain* ditentukan dengan persamaan (3):

$$\epsilon = \frac{\beta}{4 \tan\theta} \quad (3)$$

Pola XRD sampel S0 dan S15 pada Gambar 3. memiliki puncak yang melebar pada $2\theta = 21,77^\circ$ dan $2\theta = 21,97^\circ$. Puncak yang melebar pada $2\theta \approx 20^\circ$ hingga 24° merupakan silika berstruktur amorf (Munasir dkk., 2018). Hasil puncak silika S0 dan S15 menunjukkan bahwa sampel serbuk silika abu sekam padi yang dihasilkan berstruktur amorf. Silika amorf digunakan dalam pembuatan material NASICON yang merupakan komponen baterai (Errahmah, 2016).

4. Kesimpulan

Hasil penelitian didapatkan beberapa kesimpulan bahwa sintesis silika abu sekam padi hasil *mechanical milling* menggunakan metode sol gel berhasil dilakukan. Hasil pengujian SEM menunjukkan struktur morfologi permukaan

silika abu sekam padi hasil metode sol gel untuk sampel silika abu sekam padi tanpa milling (S0) menunjukkan bentuk butiran partikel terdistribusi homogen. Namun, untuk sampel silika abu sekam padi dengan waktu milling 15 jam (S15) mengalami agglomerasi. Ukuran rata-rata butiran sampel S0 dan S15 diperoleh sebesar $3,070 \pm 0,166 \mu\text{m}$ dan $0,985 \pm 0,034 \mu\text{m}$.

Pengujian XRD menghasilkan struktur kristal, dan regangan kisi untuk sampel S0 sebesar 1,35 nm, dan 0,14. Sedangkan, sampel S15 diperoleh nilai sebesar 0,88 nm, dan 0,21. Struktur silika abu sekam padi hasil *mechanical milling* menggunakan metode sol gel berstruktur amorf. Kesimpulan dari penelitian ini adalah silika abu sekam padi dapat digunakan sebagai filter komposit dan komponen baterai.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih diberikan kepada Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset dan Teknologi – BRIN Tahun 2022 melalui penelitian Skim Riset Unggulan Universitas Jenderal Soedirman.

Daftar Pustaka

- Aditama, S.N. (2015). Sintesis dan Karakterisasi Zeolit X dari Abu Vulkanik Gunung Kelud dengan Variasi Suhu Hidrotermal Menggunakan Metode Sol Gel. *Skripsi*. Malang: Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim.
- Aguilar, G.V. (2018). *Introductory Chapter: A Brief Semblance of the Sol-Gel Method in Research, Sol-Gel Method - Design and Synthesis of New Materials with Interesting Physical, Chemical and Biological Properties*, <https://www.intechopen.com/books/sol-gel-method-design-and-synthesis-of-new-materials-with-interesting-physical-chemical-and-biological-properties/introductory-chapter-a-brief-semblance-of-the-sol-gel-method-in-research>. Diakses tanggal 10 April 2021.
- Ahmadipour, M. dkk. (2016). Assessment of Crystallite Size and Strain of $\text{CaCu}_3\text{Ti}_4\text{O}_{12}$ Prepared via Conventional Solid-State Reaction. *Micro & Nano Letters*, 11(3): 147-150.
- Akhtar, K. dkk. (2018). *Scanning Electron Microscopy: Principle and Applications in Nanomaterials Characterization*, In: Sharma S. (eds). *Handbook of Materials Characterization*, 4(5): 113-145.
- Amrullah M.G.F., Tampoebolon, B.I.M., dan Prasetyono, B.W. (2019). Kajian Pengaruh Proses Fermentasi Sekam Padi

- Amoniasi Menggunakan *Aspergillus Niger* Terhadap Serat Kasar, Protein Kasar, dan Total *Disgestible Nutrients*. *Jurnal Pengembangan Penyuluhan Peternakan*. 16(29): 25-31.
- Arabani, M., dan Tahami, S.A. (2017). *Assessment of Mechanical Properties of Rice Husk Ash Modified Asphalt Mixture*. *Construction and Building Materials*, 149: 350-358.
- Azmiyawati, C. dkk. (2019). Synthesis of Silica Gel from Glass Waste for Adsorption of Mg^{2+} , Cu^{2+} , and Ag^+ Metal Ions. *IOP Conference Series: Material Science and Engineering*, 509.
- Bunaciu, A.A., Udriștioiu, E.G. dan Aboul-Enein, H.Y. (2015). X-Ray Diffraction: Instrumentation and Applications. *Critical Reviews in Analytical Chemistry*, 45(4): 289-299.
- Desiati, R.D., Sugiarti., E. dan Ramandhanny, S. (2018). Analisa Ukuran Partikel Serbuk Komposit NiCrAl untuk Aplikasi Lapisan Tahan Panas. *Metalurgi*, 33(1): 27-34
- Dhaneswara, D. dkk. (2020). Synthesis of Amorphous Silica from Rice Husk Ash: Comparing HCL and CH₃COOH Acidification Methods and Various Alkaline Concentrations. *International Journal of Technology*, 11(1): 200-208.
- Errahmah, S. (2016). Pengaruh Penambahan SiO₂ (X=1,5;2;2,5) pada Pembentukan Natrium Superionik Konduktor (Na_{1+x}Zr₂Si_xP_{3-x}O₁₂) dan Sifat Konduktivitas Ionik Baterai Elektrolit Padat. *Skripsi*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Farosadid, I. (2018). Pengaruh Variasi Temperatur Pengeringan dan Presentase Perekat Pelet Sekam Padi Terhadap Lama Waktu Pembakaran. *Skripsi*. Malang: Universitas Muhammadiyah Malang.
- Fernandes, I.J. dkk. (2016). Characterization of Rice Husk Ash Produced Using Different Biomass Combustion Techniques for Energy. *Fuel*, 165: 351-359.
- Feijoo, I. dkk. (2019). Estimation of Crystallite Size and Lattice Strain in Nano-Sized TiC Particle-Reinforced 6005A Aluminium Alloy from X-Ray Diffraction Line Broadening. *Powder Technology*, 343: 19-28.
- Goldstein, J.I. dkk. (2017). *Scanning Electron Microscopy and X-Ray Microanalysis*, New York: Springer-Verlag.
- Handayani, P.A., Nurjanah., E. dan Rengga, W.D.P. (2015). Pemanfaatan Limbah Sekam Padi Menjadi Silika Gel. *JBAT*, 4(2): 55-59.

- He, K., dkk. (2018). Method for Determining Crystal Grain Size by X-Ray Diffraction. *Crystal Research & Technology*, 53(2).
- Hossain, S.S., Marthur., L. dan Roy, P.K. (2018). Rice Husk/Rice Husk Ash as An Alternative Source of Silica. In *Ceramics: A Review. Journal of Asian Ceramics Societies*, 6(4): 299-313.
- Huljana, M., dan Rodiah., S. (2019). Sintesis Silika dari Abu Sekam Padi dengan Metode Sol Gel. *Prosiding Seminar Nasional Sains dan Teknologi Terapan*, 2(1).
- Inkson, B.J. (2016). Scanning Electron Microscopy (SEM) and Transmission Electron Microscopy (TEM) for Materials Characterization. In: *Materials Characterization Using Nondestructive Evaluation (NDE) Methods*, 17-43.
- Irzaman, Oktaviani., N. dan Irmansyah. (2018). Ampel Bamboo Leaves Silicon Dioxide (SiO₂) Extraction. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 141012014.
- Isma, Siti, Sembiring., S. dan Simanjuntak, W. (2019). Karakteristik Fungsional dan Sifat Fisis Aspal Akibat Penambahan Silika Sekam Padi. *Jurnal Teori dan Aplikasi Fisika*, 07(01): 77-82.
- Jonathan, K.M., dkk. (2020). *Characterization of Rice Husk Ash Prepared by Open Air Burning and Furnace Calcination. Journal of Chemical Engineering and Materials Science*, 11(2): 24-30.
- Kaliva, M., dan Vamvakaki, M. (2020). Nanomaterials Characterization. In: *Polymer Science and Technology*, 401-433.
- Khan, H. dkk. (2020). Experimental Methods In Chemical Engineering: X-Ray Diffraction Spectroscopy-XRD. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 98(6): 1255-1266.
- Kumar, B.R., dan Hymavathi, B. (2018). X-Ray Peak Profile Analysis of Sb₂O₃-doped ZnO Nanocomposite Semiconductor. *Advanced in Natural Science: Nanoscience and Nanotechnology*, 9(3).
- Lü, L., dan Lai, M.O. (1998). *Mechanical Alloying*. Boston: Springer.
- Mishra, S.K. dkk. (2015). A Comparative Assessment of Crystallite Size and Lattice Strain in Differently Cast A356 Aluminium Alloy. *IOP Conference Series: Material Science and Engineering*, 75: 012001.
- Munasir, dkk. (2018). Structure Analysis of Fe₃O₄@SiO₂ Core Shells Prepare from Amorphous and Crystalline SiO₂

- Particles. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 367012010.
- Musyarofah, dkk. (2019). Synthesis of High-Purity Zircon, Zirconia, and Silica Nanopowders from Local Zircon Sand. *Ceramics International*, 45(6): 6639-6647.
- Nasrollahzadeh, M. dkk. (2019). Plant-Mediated Green Synthesis of Nanostructures: Mechanisms, Characterization, and Applications. *Interface Science and Technology*, 28: 199-322.
- Nazopatul, P.H., Irzaman dan Irmansyah. (2019). Crystallinity and Electrical Properties of Silicon Dioxide (SiO₂). *AIP Conference Proceedings*, 2022(1).
- Pierre, A.C., 2020, *Introduction to Sol-Gel Processing*, Cham: Springer
- Prabha, S. dkk. (2020). Plant Derived Silica Nanoparticles and Composites For Biosensors, Bioimaging, Drug Delivery and Supercapacitors: A Review. *Environmental Chemistry Letters* 19: 1667-1691.
- Prasad, R. dan Pandey, M. (2012). Rice Husk Ash as a Renewable Source for the Production of Value Added Silica Gel and its Application: An Overview. *Bulletin of Chemical Reaction Engineering & Catalysis*, 7(1): 1–25.
- Rojas, H.F.D., Gómez, P.P dan Rivera, A.R. (2019). Production and Characterization of Silica Nanoparticles From Rice Husk. *Advanced Materials Letters*, 10(1): 67-73.
- Sapei, L. dkk. (2015). Karakterisasi Silika Sekam Padi dengan Variasi Temperatur *Leaching* Menggunakan Asam Asetat. *Bulletin of Chemical Reaction Engineering & Catalysis*, 7(1): 1–25.
- Sari, K. dkk. (2019). Microstructure and Functional Group Properties of Nano-Sized chitosan Prepared by Ball Milling. *Materials Science Forum*, 948: 192-197.
- Sharifnasab, H., dan Alamooti, M.Y. (2017). Preparation Silica Powder from Rice Husk. *Agricultural Engineering International: CIGR Journal*, 19(1).
- Singh, B. (2018). Rice Husk Ash, Waste and Supplementary Cementitious Materials. In *Concrete: Characterisation, Properties, and Application*, 417-460.
- Sirdesmukh, D.B., Sirdesmukh, L., dan Subhadra, K.G. (2011). Diffraction of Radiation by Crystals (Principles and Experimental Methods). In: *Atomistic Properties of Solids, Springer Series in Materials Science*, 147: 115-164.

- Sohor, M.A.H.M., Mazli, M., dan Mamat, O. (2017). The Effect of Milling Duration on Silicon Dioxide Characterization. *Agricultural Engineering International: CIGR Journal*, 133(1).
- Sumadiyah, M., dan Manuaba, I.B.S. (2018). Penentuan Ukuran Kristal Menggunakan Formula Scherrer, Williamson-Hull Plot, dan Ukuran Partikel dengan SEM. *Buletin Fisika*, 19(1): 28-35.
- Surdianto, Y., Sutrisna, N., dan Basuni, S. (2015). *Panduan Teknis Cara Membuat Arang Sekam Padi*. Bandung: Balai Pengkajian Teknologi Pertanian Jawa Barat.
- Suryanarayana, C., dan Norton, M.G. (1998). *X-Ray Diffraction A Practical Approach*. New York: Springer.
- Suryanarayana, C. (2004). *Mechanical Alloying and Milling*. Florida: CRC Press.
- Susniak, M., Palka, P., dan Karwan-Baczewska, J. (2016). Influence of Milling Time on The Crystallite Size of $AlSi_5Cu_2/SiC$ Composite Powder. *Archives of Metallurgy and Materials*, 61(2B): 977-980.
- Tanzi, M.C., Fare, S., dan Candiani, G. (2019). Organization, Structure, and Properties of Material. In: *Foundation of Biomaterials Engineering*. Elsevier, 3-103.
- Thiedeitz, M. dkk. (2020). Performance of Rice Husk Ash as Supplementary Cementitious Material after Production in the Field and in the Lab. *Materials*, 13(19): 4319.
- Ul-Hamid, A. (2018). *A Beginner's Guide to Scanning Electron Microscopy*. Cham: Springer.
- Wigayati, E.M., dan Purawardi, R.I. (2015). Analisis Pengaruh Mechanical Milling Menggunakan Planetary Ball Milling Terhadap Struktur Kristal dan Struktur Mikro Senyawa LiBOB. *Jurnal Sains Materi Indonesia*, 16(3): 126-132.
- Yadav, H.K.S., dan Raizaday A. (2016). *Inorganic Nanobiomaterials for Medical Imaging*. *Nanobiomaterials in Medical Imaging*, 8: 365-401.

AMOBILISASI AMILASE DARI *BACILLUS THURINGIENSIS* HCB6 PADA ZEOLIT DENGAN METODE ADSORPSI

Zusfahair^{*}), Dian Riana Ningsih, dan Dwi Kartika
Jurusan Kimia, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman
zusfahair@unsoed.ac.id^{*})

Abstrak. Amilase merupakan enzim yang mengkatalisis reaksi hidrolisis pati menjadi gula sederhana. Enzim amilase ini diisolasi dari bakteri *Bacillus thuringiensis* HCB6 yang berasal dari limbah cair tapioka. Efisiensi penggunaan enzim dapat ditingkatkan dengan mengamobilisasi enzim tersebut ke dalam suatu matrik zeolit. Amobilisasi amilase dengan matrik zeolit dilakukan melalui metode adsorpsi. Tujuan penelitian ini adalah optimasi dan karakterisasi pembuatan enzim amilase amobil agar enzim dapat digunakan lebih dari satu kali dan dapat dipisahkan dengan produk yang dihasilkan. Penelitian dimulai dari peremajaan isolat *Bacillus thuringiensis* HCB6, produksi ekstrak kasar enzim amilase, preparasi zeolit, amobilisasi enzim, dan karakterisasi enzim meliputi variasi konsentrasi substrat serta uji kestabilan enzim amobil. Metode yang digunakan dalam uji aktivitas yaitu metode Samogyi-Nelson. Hasil dari penelitian ini yaitu ekstrak kasar amilase dapat diamobilisasi dengan matrik zeolit dengan hasil optimasi saat pembuatan enzim amobil menggunakan matrik pendukung zeolit yaitu pada ukuran 120 mesh, berat 4 gram/6 mL enzim, waktu kontak 24 jam dengan efisiensi amobil sebesar 94%. Enzim bebas dan amobil saat dikarakterisasi dengan variasi konsentrasi substrat memiliki aktivitas optimum pada konsentrasi 2% dengan aktivitas berturut-turut 19,082 U/mL dan 15,295 U/mL. Pemakaian enzim amilase amobil secara berulang sampai tiga kali dengan penurunan aktivitas sebesar 42%.

Kata kunci: Amilase, amobilisasi, karakterisasi enzim, zeolit.

Abstract. *Amylase is an enzyme that catalyzes the hydrolysis of starch into simple glucose. Amylase enzyme is isolated from the bacterium Bacillus thuringiensis HCB6 derived from tapioca liquid waste. The efficiency of enzyme can be improved by immobilized into a zeolit*

matrix. Immobilization amylase by zeolit matrix is done through adsorption method. The purpose of this study is to optimize and characterize the enzyme amylase immobilized enzyme can be used more than once and can be separated by product. The research starts from *Bacillus thuringiensis* isolates rejuvenation HCB6, production the crude extract enzyme amylase, zeolit preparation, enzyme immobilization, and characterization of enzymes include variations in the concentration of substrate and the stability test of the immobilized enzyme. The method that used in the activity test is Samogyi-Nelson method. Results from this research that amylase crude extract can be immobilized with zeolit matrix optimization results when creating immobilized enzyme using zeolit support matrix that is the size of 120 mesh with immobilized efficiency of 29.20% by weight of 4 g / 6 mL enzyme with immobilized efficiency by 41.09%, 24 hours contact time with immobilized efficiency of 94.06%. Free and immobilized enzyme when the substrate is characterized by a concentration variation showed optimum activity at a concentration of 2% with consecutive activities 19.082 U / mL and 15.295 U / mL. Immobilized enzyme can be used three time with the decreased activity is about 42.41%.

Keywords: amilase, amobilisation, enzim carraterization, zeolit.

1. Pendahuluan

Penggunaan enzim dalam bioteknologi modern semakin berkembang secara cepat. Salah satu enzim yang banyak digunakan dalam beberapa bidang industri adalah enzim amylase (Miguel *et al.*, 2013). Amilase merupakan enzim yang mengkatalis reaksi hidrolisis pati menjadi gula sederhana. Amilase dapat mengubah karbohidrat yang merupakan polisakarida menjadi maltosa (alfa dan beta) ataupun glukosa (gluko amilase). Amilase dapat diperoleh dari berbagai sumber seperti tanaman, binatang, dan mikroorganisme. Bakteri yang digunakan untuk produksi enzim amilase dalam penelitian ini adalah *Bacillus thuringiensis* HCB6. *B. thuringiensis* HCB6 diisolasi dari limbah tapioka (Zusfahair, dkk 2016). Bakteri *Bacillus* lain yang dapat memproduksi enzim amilase diantaranya *B. amyloliquefaciens* (Saha *et al.*, 2014), *Bacillus cereus* (Vaikundamoorthy, *et al.*, 2018) dan *B. subtilis* (Elumalai, *et al.*, 2019).

Penggunaan enzim bebas sebagai katalis hanya dapat digunakan untuk satu kali reaksi. Hal ini disebabkan karena sebagian besar enzim larut dalam air sehingga enzim yang telah bercampur dengan larutan sulit dipisahkan. Salah satu cara untuk mengatasi kelemahan ini adalah dengan melakukan teknik amobilisasi pada enzim. Amobilisasi merupakan suatu cara untuk mengikat enzim tanpa merubah sifat kimia dari enzim tersebut. Amobilisasi enzim bertujuan untuk meningkatkan stabilitas dan efektivitas enzim sehingga enzim dapat digunakan kembali (Sirisha et al., 2016). Amobilisasi dapat dilakukan dengan berbagai cara, di antaranya dengan adsorpsi, pengikatan kimiawi molekul enzim pada bahan pendukung, dan pemerangkapan (*entrapment*) (Mawaddatul, 2017). Pada saat digunakan, enzim amobil dapat berfungsi sebagai katalis tanpa ikut terlarut dalam substrat.

Teknik Amobilisasi yang dilakukan dalam penelitian ini adalah teknik adsorpsi dengan matrik pendukung zeolit. Teknik ini berdasarkan adsorpsi atau pengikatan ionik enzim pada permukaan suatu bahan pendukung akibat adanya gaya *Van Der Waals* dan ikatan hidrogen yang terjadi di antara kedua benda (Sirisha et al., 2016). Prosesnya berlangsung pada suhu rendah, sehingga pengerjaannya mudah dan murah (Suhartono, 1992). Luas permukaan yang besar merupakan salah satu sifat yang diperlukan bagi material padatan pendukung. Zeolit mempunyai struktur berpori dan permukaan internal besar yang berada dalam fasa padat, sehingga zeolit dapat digunakan sebagai padatan pendukung untuk amobilisasi enzim (Talebi, et al., 2016). Banyak faktor yang mempengaruhi efisiensi proses amobilisasi enzim menggunakan zeolit. Faktor-faktor tersebut diantaranya ukuran partikel zeolit, berat zeolit, dan waktu kontak antara enzim dengan matrik pendukung. Optimasi faktor-faktor tersebut diharapkan dapat meningkatkan efisiensi proses amobilisasi. Tujuan penelitian ini adalah optimasi dan karakterisasi enzim amilase amobil menggunakan metrik pendukung zeolit.

2. Metode Penelitian

2.1 Bahan dan alat penelitian

Bahan Penelitian: Zeolit alam dari Wonosari, HCl 6 M, akuades, NA (*Nutrient Agar*), yeast, pepton, ekstrak kasar amilase dari bakteri *Bacillus thuringiensis* HCB6, NaCl 0,85%, amilum, Na-wolframat 10%, Asam sulfat 2/3 N, larutan glukosa standar 0,07; 0,09; 0,11; 0,13; 0,15 mg/mL, Cu-tartrat alkalis,

reagen arsenomolibdat, Na_2CO_3 , NaOH 0,1 N, buffer Natrium asetat untuk pH 4.

Alat Penelitian: oven (*Memmert*), incubator (*Memmert*), sentrifuge (*Quantum*), spektrofotometer UV-Vis (*Shimadzu Uv-1800*).

2.2 Prosedur penelitian

2.2.1 Produksi ekstrak kasar enzim amilase (*Zusfahair et al., 2016*)

Isolat murni *B. thuringiensis* HCB6 diambil satu ose dan diinokulasi pada 50 mL media inokulum. Media inokulum diinkubasi pada shaker selama 18 jam dengan kecepatan 5 pada suhu ruang. Media inokulum dituang ke dalam 450 mL media produksi dan diinkubasi pada shaker selama 24 jam dengan kecepatan 5 pada suhu ruang. Media produksi disentrifugasi selama 15 menit dengan kecepatan 7.000 rpm pada suhu 4°C. Supernatan mengandung ekstrak kasar amilase dan selanjutnya diuji aktivitasnya.

2.2.2 Pembuatan zeolit dalam bentuk bubuk

Sebanyak 160 gram padatan zeolit ditumbuk dengan mortar dan alu. Kemudian zeolit diayak dengan ayakan ukuran 44, 80, dan 120 mesh. Zeolit ukuran 120 mesh didapat dengan cara zeolit yang telah ditumbuk, diayak dengan ayakan 120 mesh, kemudian zeolit yang lolos ayakan 120 mesh diambil sebagai zeolit ukuran 120 mesh. Zeolit yang tertahan pada ayakan 120 mesh diayak kembali dengan ayakan 80 mesh, zeolit yang lolos pada ayakan 80 mesh diambil sebagai zeolit ukuran 80 mesh. Zeolit ukuran 44 mesh didapat dengan cara zeolit yang tertahan pada ayakan 80 mesh diayak dengan ayakan ukuran 44 mesh, kemudian zeolit yang lolos ayakan 44 mesh diambil sebagai zeolit ukuran 44 mesh.

2.2.3 Aktivasi zeolit (*Tsitsislivili et al., 1992*)

Sebanyak 30 gram zeolit masing-masing ukuran 44, 80, dan 120 mesh dicampurkan dengan 150 mL larutan HCl 6 M. Campuran dipanaskan sambil diaduk selama 1 jam sampai mendidih. Campuran kemudian didinginkan, disaring dan dicuci dengan akuades sampai filtrat netral. Residu dikeringkan dalam oven pada suhu 105 °C selama 3,5 jam. Setelah bebas air, zeolit kemudian dikalsinasi pada suhu 300 °C selama 1 jam.

2.2.4 Aktivitas amilase bebas (Modifikasi metode Nelson-Samogyi dalam Alexander dan Joan, 1993)

Pengukuran aktivitas amilase bebas dilakukan dengan cara ke dalam tabung reaksi kontrol dimasukkan 1 mL larutan ekstrak kasar enzim amilase bebas dan 0,5 mL NaCl 0,85%, ke dalam tabung reaksi sampel dimasukkan 5 mL substrat amilum 1%, pada tabung kontrol ditambah 0,5 mL larutan Na-Wolframat 10% dan 1,5 mL asam sulfat 2/3 N. Kedua tabung diinkubasi pada suhu 35 °C selama 5 menit. Tabung reaksi sampel ditambah 1 mL larutan ekstrak kasar enzim amilase bebas dan 0,5 mL NaCl 0,85% kemudian inkubasi dilanjutkan selama 30 menit. Aktivitas enzim dihentikan dengan menambahkan ke dalam tabung sampel 0,5 mL Na-wolframat 10% dan 1,5 mL asam sulfat 2/3 N. Tabung kontrol ditambah 5 mL substrat amilum 1% dan dicampur baik-baik.

Aktivitas amilase bebas ditentukan dengan cara mengukur terbentuknya gula pereduksi menurut metode Samogyi–Nelson yaitu ke dalam tabung dimasukkan masing-masing 0,2 mL larutan sampel, 0,2 mL larutan kontrol. Masing-masing larutan ditambahkan 0,2 mL reagen Cu-tartrat alkalis, kemudian diaduk. Tabung reaksi ditutup dan dipanaskan dalam penangas air mendidih selama 30 menit, kemudian didinginkan didalam air dan ditambahkan 0,2 mL reagen arsenomolibdat. Campuran dihomogenkan lalu diencerkan dengan menambahkan 7,4 mL akuades. Serapan diukur pada panjang gelombang 750 nm lalu dihitung dengan rumus berikut:

$$\text{Aktivitas} = \frac{\text{Konsentrasi glukosa sampel} - \text{Konsentrasi glukosa kontrol}}{0,18} \times \text{FP}$$

Satu unit aktivitas amilase ini dapat didefinisikan sebanyak 0,18 mg gula pereduksi (1 μ mol) yang dibebaskan per mL enzim pada kondisi percobaan.

2.2.5 Aktivitas amilase amobil (Modifikasi metode Nelson- Samogyi dalam Alexander dan Joan, 1993)

Pengukuran aktivitas amilase amobil dilakukan dengan cara ke dalam tabung reaksi kontrol dimasukkan 1 gram amilase amobil dan 0,5 mL NaCl 0,85%, ke dalam tabung reaksi sampel dimasukkan 5 mL substrat amilum 1%, pada tabung kontrol ditambah 0,5 mL larutan Na-Wolframat 10% dan 1,5 mL asam sulfat 2/3 N. Kedua tabung diinkubasi pada suhu 35 °C selama 5 menit. Tabung reaksi sampel ditambah 1 gram enzim

amilase amobil dan 0,5 mL NaCl 0,85% kemudian inkubasi dilanjutkan selama 30 menit. Aktivitas enzim dihentikan dengan menambahkan ke dalam tabung sampel 0,5 mL Na-wolframat 10% dan 1,5 mL asam sulfat 2/3 N. Tabung kontrol ditambah 5 mL substrat amilum 1% dan dicampur baik-baik.

Aktivitas amilase amobil ditentukan dengan cara mengukur terbentuknya gula pereduksi menurut metode Samogyi–Nelson yaitu ke dalam tabung dimasukkan masing-masing 0,2 mL larutan sampel, 0,2 mL larutan kontrol. Masing-masing larutan ditambahkan 0,2 mL reagen Cu-tartrat alkalis, kemudian di aduk. Tabung reaksi ditutup dan dipanaskan dalam penangas air mendidih selama 30 menit, kemudian didinginkan didalam air dan ditambahkan 0,2 mL reagen arsenomolibdat. Campuran dihomogenkan lalu diencerkan dengan menambahkan 7,4 mL akuades. Serapan diukur pada panjang gelombang 750 nm lalu dihitung dengan rumus berikut :

$$\text{Aktivitas} = \frac{\text{Konsentrasi glukosa sampel} - \text{Konsentrasi glukosa kontrol}}{0,18} \times \text{FP}$$

Satu unit aktivitas amilase ini dapat didefinisikan sebanyak 0,18 mg gula pereduksi (1 μ mol) yang dibebaskan per mL enzim pada kondisi percobaan.

2.3 Amobilisasi enzim amilase dengan matrik pendukung zeolit

2.3.1 Amobilisasi enzim amilase dengan variasi ukuran zeolit

Amobilisasi amilase dilakukan menggunakan metode adsorpsi dengan variasi ukuran zeolit yaitu 44, 80, dan 120 mesh. Amobilisasi enzim amilase dengan variasi ukuran zeolit dilakukan dengan menimbang 4 gram zeolit yang teraktivasi ukuran 44, 80, dan 120 mesh dimasukkan ke dalam gelas beker, kemudian ditambahkan 6 mL larutan enzim amilase. Campuran diinkubasi pada suhu 4 °C selama 24 jam. Campuran kemudian didekantasi untuk memisahkan filtrat dan endapan. Kemudian dihitung aktivitas dari amilase yang teramobilisasi untuk menentukan efisiensi aktivitas enzim. Variasi ukuran zeolit dengan efisiensi terbesar selanjutnya digunakan untuk amobilisasi amilase dengan variasi berat zeolit. Efisiensi aktivitas enzim dihitung dengan:

$$\text{Efisiensi (\%)} = \frac{\text{Unit aktivitas enzim amobil}}{\text{unit aktivitas enzim bebas}} \times 100 \%$$

2.3.2 Amobilisasi enzim amilase dengan variasi berat zeolit

Amobilisasi amilase dilakukan menggunakan metode adsorpsi dengan variasi berat zeolit yaitu 2, 4, 6, dan 8 gram. Amobilisasi enzim amilase dengan variasi berat zeolit dilakukan dengan menimbang 2, 4, 6, dan 8 gram zeolit teraktivasi dengan ukuran yang menghasilkan efisiensi amobilisasi terbesar pada pembuatan amobil amilase dengan variasi ukuran zeolit, kemudian masing-masing dimasukkan ke dalam gelas beker, kemudian ditambahkan 6 mL larutan enzim amilase. Campuran diinkubasi pada suhu 4 °C selama 24 jam. Campuran kemudian didekantasi untuk memisahkan filtrat dan endapan. Kemudian dihitung aktivitas dari amilase yang teramobilisasi untuk menentukan efisiensi aktivitas enzim. Variasi berat zeolit dengan efisiensi terbesar selanjutnya digunakan untuk amobilisasi amilase dengan variasi waktu kontak.

2.3.3 Amobilisasi enzim amilase dengan variasi waktu kontak

Ukuran dan berat optimum dari pembuatan amilase amobil dengan variasi ukuran dan berat digunakan untuk membuat amilase amobil dengan variasi waktu kontak antara amilase dan zeolit. Variasi waktu kontak yang digunakan adalah 12; 24; 36; 48 jam, kemudian ditentukan aktivitas dan efisiensi amobilisasinya.

2.4 Karakterisasi amilase bebas dan amobil

2.4.1 Pengaruh variasi konsentrasi substrat terhadap aktivitas amilase

Penentuan aktivitas amilase amobil dilakukan pada variasi substrat amilum 0,5; 1; 1,5; 2; dan 2,5% (b/v). Campuran reaksi enzim diatur pada pH 4, suhu 35 °C, dan menggunakan variasi konsentrasi substrat yang ditentukan. Prosedur yang sama juga dilakukan pada amilase bebas sebagai kontrol.

2.4.2 Uji kestabilan amilase amobil (Mubarik, 2001)

Uji kestabilan dilakukan untuk mengetahui berapa kali amilase amobil dapat digunakan (pemakaian berulang). Amilase amobil dibuat dengan kondisi optimum, pH, suhu berdasarkan penelitian sebelumnya dan konsentrasi substrat dibuat sesuai kondisi optimum berdasarkan penelitian. Pengukuran aktivitas amilase amobil dilakukan secara berulang sampai tujuh kali pemakaian. Enzim amilase amobil yang efektif digunakan adalah enzim yang sisa aktivitasnya diatas 50%. Kemudian enzim yang terbungkus kain diambil dan digunakan kembali

untuk pemakaian berikutnya. Filtrat diambil untuk penentuan aktivitas. Enzim amilase amobil digunakan kembali untuk uji berikutnya. Aktivitas enzim pada pemakaian kedua sampai dengan ke 7 dihitung dengan:

$$\text{Aktivitas (\%)} = \frac{\text{Unit aktivitas amilase amobil pada pemakaian ke-}n}{\text{unit aktivitas amilase amobil pada pemakaian pertama}} \times 100 \%$$

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Preparasi zeolit

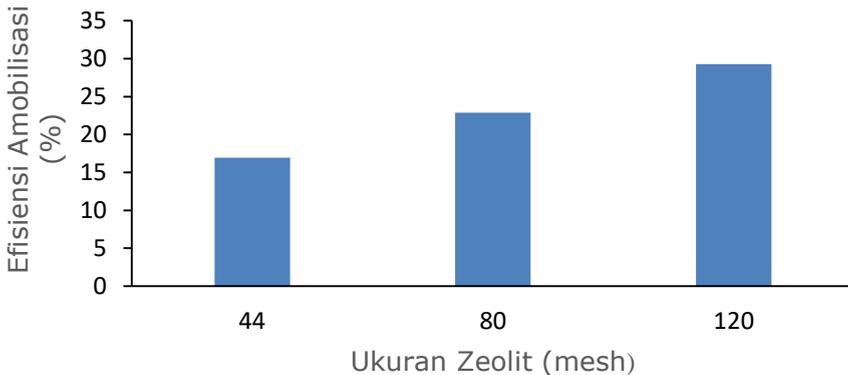
Zeolit yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari daerah Wonosari. Beberapa ukuran zeolit didapat dengan cara zeolit yang sudah ditumbuk, diayak dengan ayakan ukuran 120 mesh sehingga didapat zeolit ukuran 120 mesh. Zeolit yang tertahan pada ayakan ukuran 120 mesh diayak kembali pada ayakan ukuran 80 mesh dan berkelanjutan sampai didapat ukuran 44 mesh. Zeolit yang digunakan dalam penelitian adalah ukuran 44, 80, dan 120. Zeolit yang akan digunakan sebagai matrik pendukung amobilisasi enzim, perlu dilakukan aktivasi dan pembersihan agar fungsi zeolit menjadi lebih optimal. Aktivasi zeolit dengan asam mineral maupun basa bertujuan untuk membersihkan permukaan pori dan membuang senyawa pengotor. Zeolit yang diperlukan untuk penelitian ditimbang. Zeolit yang sudah ditimbang kemudian diaktivasi.

3.2 Amobilisasi amilase dengan matrik pendukung zeolit

Amobilisasi enzim amilase dilakukan dengan teknik adsorpsi pada permukaan zeolit. Metode ini memberikan daya penyimpanan yang tinggi terhadap aktivitas enzim (Sirisha et al., 2016). Proses adsorpsi enzim terjadi melalui pengikatan enzim pada matriks permukaan bahan pendukung. Pengikatan enzim pada matriks zeolit terjadi melalui interaksi antar permukaan dengan gaya elektrostatis seperti gaya *Van Der Waals* dan ikatan hidrogen yang umumnya lemah tetapi dapat memberikan banyak kemungkinan terjadi pengikatan pada permukaan (Knezevic et al., 2004). *Gaya Van der Waals* terjadi karena zeolit yang teraktivasi bermuatan positif berikatan dengan enzim yang bermuatan negatif. Ikatan hidrogen terjadi akibat adanya kontak antara atom oksigen pada zeolit (Si-O-Al) dengan atom H dari gugus amino pada rantai samping residu asam amino (-NH₂) penyusun amilase.

3.3 Amobilisasi amilase dengan variasi ukuran zeolite

Tujuan variasi ukuran zeolit agar diketahui ukuran optimum yang menghasilkan efisiensi tinggi untuk membuat amilase amobil. Data uji efisiensi amobilisasi amilase menggunakan matrik zeolit dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik Hubungan Variasi Ukuran Zeolit dengan Efisiensi Amobilisasi

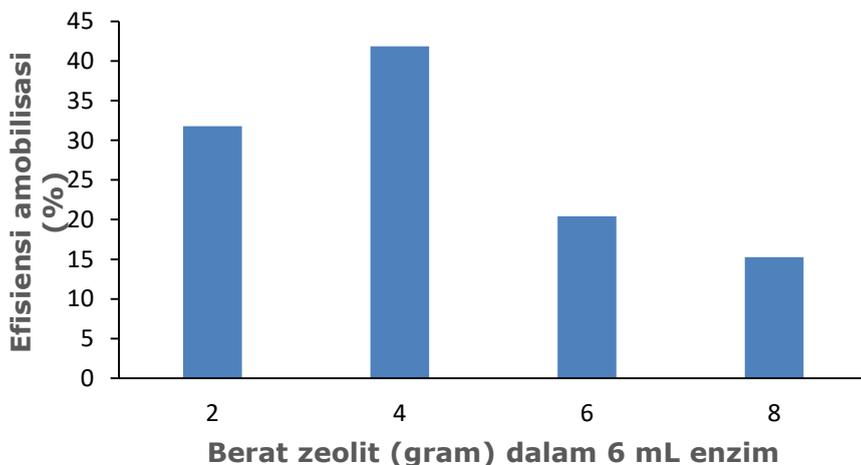
Efisiensi amobilisasi menggunakan matrik pendukung zeolit terlihat mengalami peningkatan dengan bertambah besar ukuran (mesh) zeolit dan tertinggi pada ukuran 120 mesh yaitu 29,20%. Hal ini menunjukkan pada zeolit berpartikel 120 mesh memiliki luas permukaan yang lebih besar di karenakan mempunyai ukuran kecil dan saat kontak dengan enzim dapat menyerap enzim lebih optimal, sehingga dapat disimpulkan semakin kecil ukuran mempunyai luas permukaan lebih besar, maka penyerapan enzim ke dalam zeolit lebih efektif. Menurut Yuliusman *et al.*, 2010, zeolit dengan ukuran 50 μm mempunyai kemampuan menyerap molekul lain relatif lebih banyak dibandingkan dengan zeolit ukuran 100 μm dan 150 μm . Hal ini dikarenakan ukuran partikel yang lebih kecil memiliki luas kontak yang lebih besar, sehingga dapat mengadsorpsi molekul lain lebih banyak dibandingkan dengan ukuran partikel yang lebih besar. Karena laju adsorpsi sebanding dengan luas kontak adsorben, semakin besar luas kontak adsorben maka laju adsorpsi juga akan semakin besar.

3.4 Amobilisasi amilase dengan variasi berat zeolit

Ukuran zeolit dengan efisiensi optimum yaitu 120 mesh digunakan sebagai ukuran zeolit pada pembuatan amilase amobil dengan variasi berat zeolit. Data uji efisiensi amobilisasi

amilase variasi berat menggunakan matrik zeolit dapat dilihat pada Gambar 2.

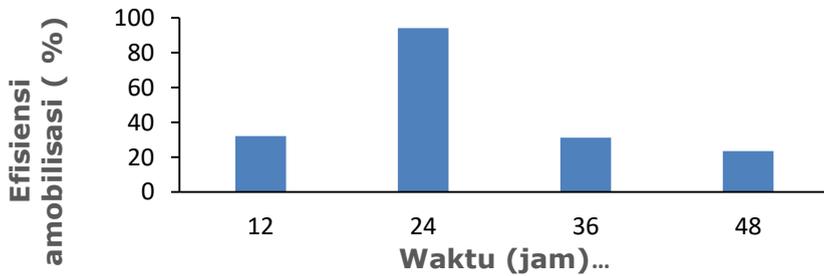
Berdasarkan Gambar 2 efisiensi amobilisasi meningkat dengan bertambahnya berat zeolit sampai pada titik optimum. Efisiensi amobilisasi optimum pada berat 4 gram, dengan efisiensi sebesar 41,09%. Hal ini dapat terjadi karena laju difusi amilase ke permukaan zeolit semakin tinggi, sehingga menyebabkan meningkatnya jumlah enzim amilase yang teradsorpsi pada saat berat zeolit optimum. Efisiensi amobilisasi selanjutnya mengalami penurunan pada berat 6 gram dan 8 gram menjadi 17,31% dan 15,25%. Menurut Sari *et al.*, 2014, hal ini terjadi karena kapasitas permukaan zeolit yang berinteraksi dengan enzim telah optimum sehingga tidak terjadi peningkatan jumlah amilase yang terserap dalam zeolit. Hal ini berarti berat optimum untuk membuat amilase amobil adalah 4 gram.



Gambar 2. Grafik Hubungan Variasi Berat Zeolit dengan Efisiensi Amobilisasi

3.5 Amobilisasi amilase pada variasi waktu kontak

Pada penelitian ini ditentukan waktu kontak optimum yaitu waktu yang dibutuhkan enzim untuk berikatan dengan matriks pengadsorpsi ketika amobilisasi berlangsung. Data efisiensi amobilisasi amilase dengan variasi waktu kontak menggunakan matrik zeolit dapat dilihat pada Gambar 3.



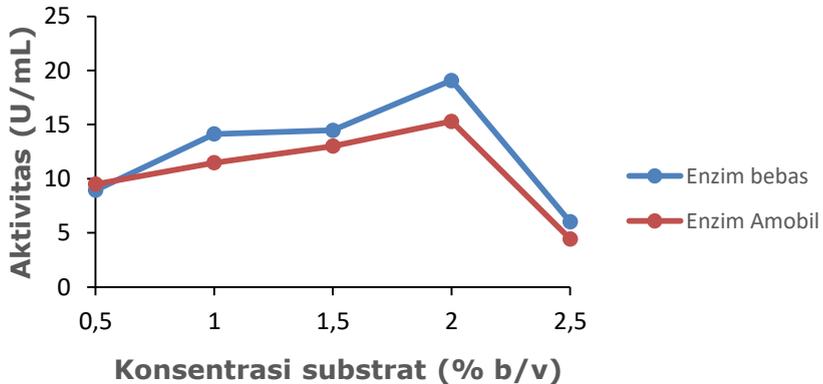
Gambar 3. Grafik Hubungan Variasi Waktu Kontak dengan Efisiensi Amobilisasi

Berdasarkan Gambar 3 menunjukkan bahwa pada waktu kontak 12 jam efisiensi amobilisasi sebesar 32%, kemudian terjadi peningkatan dan optimum pada 24 jam yaitu sebesar 94,06%. Hal ini dapat terjadi karena interaksi antara amilase dan zeolit berlangsung dengan cepat pada waktu kontak 24 jam sehingga enzim amilase yang teradsorpsi pada zeolit juga semakin banyak. Selanjutnya efisiensi amobilisasi mengalami penurunan pada 36 jam dan 48 jam yaitu menjadi 31,14% dan 23,51%. Menurut Sari *et al.*, 2014, pada waktu kontak tersebut enzim amilase yang terikat pada zeolit terlepas kembali karena telah melebihi waktu optimum. Salah satu kelemahan dari metode adsorpsi fisik adalah kekuatan ikatan lemah, sehingga amilase mudah lepas dari matriks jika melebihi waktu optimum.

3.6 Karakterisasi amilase bebas dan amobil

3.6.1 Pengaruh variasi konsentrasi substrat terhadap aktivitas amilase amobil dan bebas

Penentuan konsentrasi substrat dengan variasi konsentrasi bertujuan untuk mendapatkan suatu konsentrasi yang menghasilkan aktivitas enzim optimum. Konsentrasi substrat yang menghasilkan aktivitas enzim amilase optimum ditunjukkan pada Gambar 4.

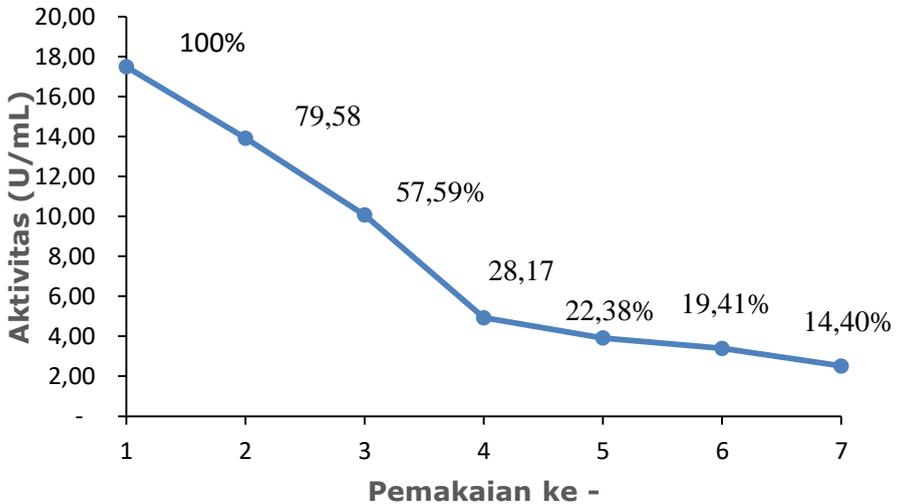


Gambar 4. Pengaruh Variasi Konsentrasi Substrat terhadap Aktivitas Amilase Amobil dan Bebas

Berdasarkan Gambar 4 terlihat bahwa aktivitas enzim amilase bebas dan amobil bertambah dengan meningkatnya konsentrasi substrat sampai pada konsentrasi 2% (b/v) dengan nilai aktivitas enzim sebesar 19,082 U/mL untuk enzim amilase bebas dan 15,295 U/mL untuk enzim amobil. Aktivitas hidrolisis enzim amilase bebas lebih besar dibandingkan aktivitas amilase amobil. Hal ini disebabkan karena enzim menutupi pori-pori zeolit, sehingga luas permukaan zeolit berkurang dan menurunkan aktivitas enzim (Zusfahair, 2015). Hasil ini menunjukkan bahwa konsentrasi substrat optimum untuk enzim amobil adalah 1,5-2% (b/v).

3.6.2 Uji kestabilan amilase amobil (Mubarik, 2001)

Uji kestabilan amilase amobil dilakukan untuk mengetahui berapa kali enzim dapat digunakan kembali untuk hidrolisis. Tujuan amobilisasi enzim adalah untuk melihat enzim tersebut dapat digunakan kembali dalam reaksi selanjutnya (*reuse*). Hal yang dapat membedakan reaksi enzim amobil dengan enzim bebas adalah enzim amobil yang dapat dipakai berulang. Apabila enzim bebas, maka enzim yang dipakai akan ikut terbuang dan tidak bisa digunakan kembali, dan sulit dipisahkan. Reaksi dilakukan pada kondisi optimum, yaitu suhu 35 °C, pH 4, substrat amilum 2 %, dan waktu inkubasi 30 menit. Pemakaian berulang amilase amobil disajikan pada Gambar 5.

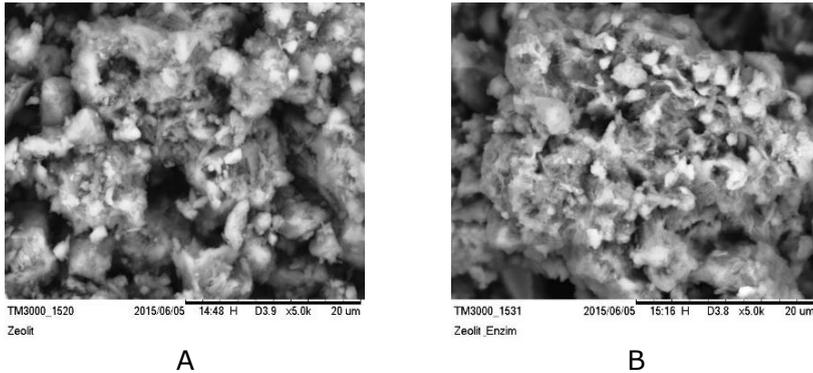


Gambar 5. Grafik Pemakaian Berulang Enzim Amilase Amobil

Berdasarkan Gambar 5 menunjukkan bahwa mula-mula aktivitas awal amilase amobil adalah sebesar 100%. Pada pemakaian kedua sampai ketujuh, aktivitas amilase amobil mengalami penurunan sampai dengan sisa aktivitasnya sebesar 14%. Enzim efektif digunakan sampai dengan aktivitas diatas 50%. Hal ini berarti pemakaian berulang amilase amobil adalah pemakaian pertama sampai dengan pemakaian ketiga. Penurunan aktivitas atau daya katalis suatu enzim yang dipakai secara berulang terjadi karena ada pelepasan enzim dari matrik sehingga jumlah enzim yang teradsorpsi berkurang. Menurut (Goel, 1994), penurunan aktivitas enzim terjadi karena metode adsorpsi memiliki kelemahan yaitu ikatan enzim dengan permukaan zeolit hanya interaksi fisik antara gugus amino enzim dengan matrik permukaan zeolit. Hal tersebut memungkinkan terjadi pelepasan amilase dari matrik zeolit selama pemakaian. Semakin lama digunakan, jumlah enzim yang teradsorpsi dalam matrik semakin berkurang, karena pada metode ini terjadi ikatan yang lemah antara enzim dengan matrik sehingga enzim mudah terlepas.

3.6.3 Analisis menggunakan Scanning Electron Microscope (SEM)

Hasil analisis zeolit menggunakan SEM dapat dilihat pada Gambar 6



Gambar 6. Hasil Analisis Menggunakan SEM pada Pembesaran 5000 Kali.

A. Zeolit. B. Amilase Amobil Menggunakan Matrik Zeolit

Gambar 6A menunjukkan bahwa partikel zeolit yang satu saling bersentuhan/ bersinggungan dengan yang lain, sehingga seperti membentuk pori (pori bukan sebenarnya/ semu) yang sebenarnya adalah celah antar zeolit. Gambar 6B menunjukkan bahwa proses sintering pada partikel-partikel zeolit enzim menghasilkan gumpalan-gumpalan zeolit enzim. Antara partikel zeolit enzim saling menempel dan menggumpal sehingga terbentuk celah antar partikel (rongga), penggumpalan ini menyebabkan ukuran partikel zeolit enzim menjadi lebih besar. Penggumpalan/ penggabungan antar partikel zeolit enzim (sintering) mengakibatkan berkurangnya luas permukaan spesifik dari zeolit. Keadaan ini dapat mengurangi aktivitas kompleks zeolit enzim, sehingga aktivitasnya lebih kecil apabila dibandingkan dengan aktivitas enzim bebas, akan tetapi keadaan ini akan membawa sifat baru pada zeolit enzim yaitu enzim lebih terlindungi sehingga lebih stabil terhadap suhu ataupun pH (stabilitas terhadap pH dan suhu) jika dibandingkan enzim bebas. Sifat tersebut dapat digunakan untuk pemakaian berulang, karena waktu hidupnya semakin lama. Selain itu dapat mudah untuk regenerasi.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan bahwa: Optimalisasi pembuatan amobilase dengan zeolit dari bakteri *B. thuringiensis* HCB6 diperoleh pada ukuran zeolit 120 mesh, berat zeolit 4 gram dalam 6 mL enzim (1:1,5), dan waktu kontak antara enzim dan zeolit 24 jam dengan nilai efisiensi 94 %. Amilase amobil dan amilase bebas dari bakteri *Bacillus thuringiensis* HCB6 memiliki aktivitas optimum pada konsentrasi substrat 2 %. Enzim amilase amobil dari bakteri *B. thuringiensis* HCB6 efektif digunakan sampai 3 kali.

Daftar Pustaka

- Alexander, R & M. G. Joan. (1993). *Basic Biochemical Method*. Second Edition, John Willey and Sons, Inc. Publication.
- Elumalai, P., Lim, J. M., Park, Y. J., Cho, M., Shea, P. J., & Oh, B. T. (2019). Enhanced Amylase Production by a *Bacillus subtilis* strain Under Blue Light-Emitting Diodes. *Preparative Biochemistry and Biotechnology*, 49(2), 143-150.
- Goel, M. K. (1994). Immobilized Enzym. [www.edu.dept/chem.eng/Biotech. Environ/IMMOB/goel 2.nd htm](http://www.edu.dept/chem.eng/Biotech.Enviro/IMMOB/goel.2.nd.htm) 1994.
- Knezevic, Z., S. Bobic, B. Obradovic, L. Mojovic, & B. Bugarski. (2004). Alginate Immobilized Lipase by Electrostatic Extrusion for the Purpose of palm Oil Hydrolysis in Lecithin/Isooctane System, *Process Biochem*, 38(3):313-318.
- Mawaddatul, W. 2017, Amobilisasi Enzim Bromelin dari Buah Nanas (*Ananas Comosus* L.Merr) Menggunakan Matriks Kitosan untuk Pengurangan Kandungan Protein Pada Air Limbah Pabrik Tahu. *J. Fak. Mat. Inst. Teknol. Sepuluh Nop.* 1-104
- Miguel ASM, Meyer TSM, Figueiredo EVC, Lobo BWT, & Ortiz GMD. (2013). Enzymes in Bakery : Current and Future Trends. License In Tech. Faculty of Farmacy, Federal University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil, <http://dx.doi.org/10.5772/53168>.
- Mubarik, N. R. (2001). Imobilisasi Protease *Bacillus subtilis* ATCC 6633 Menggunakan Matriks Gel Poliakrilamida. *Jurnal Hayati*, 8(1): 11-14
- Saha, K., Maity, S., Roy, S., Pahan, K., Pathak, R., Majumdar, S., & Gupta, S. (2014). Optimization of Amylase

- Production from *B. amyloliquefaciens* (MTCC 1270) Using Solid State Fermentation. *International journal of microbiology*,
- Sirisha, V. L., Jain, A., & Jain, A. (2016). Enzyme Immobilization: An Overview On Methods, Support Material, And Applications Of Immobilized Enzymes. *Advances in food and nutrition research*, 79, 179-211.
- Suhartono, M. T. (1992). *Bioteknologi Enzim*. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. Direktorat Jemderal Pendidikan Tinggi antar Universitas. Jakarta.
- Sari, I. P., Sutrisno, S., & Prasetyawan, S. (2014). *Optimasi Amobilisasi Xilanase dari Trichoderma Viride dengan Matriks Zeolit* (Doctoral dissertation, Brawijaya University).
- Talebi, M., Vaezifar, S., Jafary, F., Fazilati, M., & Motamedi, S. (2016). Stability improvement of immobilized α -amylase using nano pore zeolit. *Iranian journal of biotechnology*, 14(1), 33.
- Tsitsislivili, G.V., T.G. Andronikaslivili, & G. N. Kirov I.d. Filizova. (1992). *Natural Zeolits*. New York: Ellis Howard.
- Vaikundamoorthy, R., Rajendran, R., Selvaraju, A., Moorthy, K., & Perumal, S. (2018). Development of Thermostable Amylase Enzyme from *Bacillus cereus* for Potential Antibiofilm Activity. *Bioorganic Chemistry*, 77, 494-506.
- Yuliusman, Widodo, W, P, Yulianto, S, N, Yuda P. (2010). Preparasi Zeolit Alam Lampung dengan Larutan HF, HCl Dan Kalsinasi Untuk Adsorpsi Gas CO. *Prosiding Seminar Rekayasa Kimia dan Proses*. ISSN: 1411-4216. Jurusan Teknik Kimia Fakultas Teknik Universitas Diponegoro.Semarang
- Zusfahair, Ningsih, D. R, & Kartika, D. (2015). The Potency of Amylase Producing Bacteria in the Liquid Waste of Tapioca Factory. *Pharmacy International Conference*. UMP. Purwokerto.
- Zusfahair, Ningsih, D. R., Kartika, D., & Fatoni, A. (2016). Amylase from *Bacillus thuringiensis* Isolated from Tapioca Waste: Isolation, Partial Purification and Characterization. *Mal. J. Fund. Appl. Sci*, 12(1), 22-7.

IDENTIFIKASI AKUIFER AIR TANAH DI KAWASAN LAHAN KRITIS DAERAH ALIRAN SUNGAI SERAYU KECAMATAN ADIPALA KABUPATEN CILACAP

Sehah

Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan
Alam,
Universitas Jenderal Soedirman
sehah.geophysics@gmail.com

Abstrak. Penelitian resistivitas telah dilakukan di daerah aliran sungai Serayu Desa Karang Sari dan Desa Penggalang, Kecamatan Adipala, Kabupaten Cilacap, Jawa Tengah. Pengukuran data dilakukan menggunakan konfigurasi Wenner. Pada masing-masing desa terdapat dua lintasan pengukuran dengan panjang 200 meter. Data arus, beda potensial, dan jarak bentangan elektroda yang diperoleh pada setiap lintasan diolah hingga diperoleh data resistivitas semu. Selanjutnya data tersebut dimodelkan menggunakan *software* Res2dinv 3.54 dan Arc-view 3.3, sehingga diperoleh penampang resistivitas dan litologi batuan bawah permukaan. Berdasarkan hasil interpretasi terhadap penampang resistivitas dan litologi, diperkirakan bahwa formasi batuan daerah penelitian adalah *alluvium* yang terdiri atas lempung, pasir, lempung pasiran, dan pasir lempungan. Hasil ini didasarkan atas nilai resistivitas batuan bawah permukaan yang diperoleh di semua lintasan yang berkisar 2,77 – 52,1 Ωm . Kedalaman maksimum hasil interpretasi adalah 31,9 meter di bawah permukaan. Berdasarkan nilai resistivitasnya, lapisan akuifer dangkal pada setiap lintasan diinterpretasi berupa pasir lempungan dan lempung pasiran, sedangkan lapisan akuifer dalam diinterpretasi tersusun atas pasir yang terintrusi oleh air laut. Hal ini didasarkan atas rendahnya nilai resistivitas batuan dan informasi dari Peta Indikasi Potensi Air Tanah dan Daerah Irigasi Kabupaten Cilacap.

Kata kunci: Resistivitas, akuifer air tanah, DAS Serayu, Desa Karang Sari dan Desa Penggalang

Abstract. Resistivity research has been conducted in the watersheds of Serayu in the Karang Sari and Penggalang Village, District of Adipala, Region of Cilacap, Central Java. The measurement data is done using the Wenner

configuration. In each village, there are two measurement tracks with a length of 200 meters. The current, potential, and distance expense electrode obtained in each track is processed to obtain the apparent resistivity data. Furthermore, the apparent resistivity data is done modeling using Res2Dinv 3.54 and Arc-view 3.3 software, so that be obtained the cross-sectional of resistivity and lithology of the rocks in the sub surface. Based on the results of interpretation to the cross-sectional of resistivity and lithology so then be estimated that the rock formations in research area are alluvium consisting of clay, sand, sandy-clay and clayey-sand. These results are based on the values of the resistivity of the subsurface rocks obtained in all tracks that range from 2.77 to 52.1 Ωm . The maximum depth of the interpretation results is 31.9 meters below the surface. Based on the values of resistivity, the shallow aquifer on each track is interpreted in the form of clayey sand and sandy clay, while the deep aquifer layer is interpreted of sand that estimated be intruded by water sea. It is also based on the low of resistivity value of the rock and information from The Indication Map of Groundwater Potential and Irrigation Area in Cilacap.

Keywords: *Resistivity, groundwater aquifer, Watersheds of Serayu, Karang Sari and Penggalang village*

1. Pendahuluan

Serayu merupakan sungai terpanjang di Jawa Tengah, dengan aliran sepanjang 250 kilometer. Aliran Sungai Serayu memiliki hulu di Pegunungan Dieng Kabupaten Wonosobo, kemudian menuju ke arah barat dan berbelok ke selatan hingga masuk ke hilirnya di kawasan Teluk Penyus Kabupaten Cilacap. Aliran Sungai Serayu membelah lembah yang sangat subur yang menjadi tumpuan kehidupan masyarakat, dan menjadi pemasok bahan pangan yang penting di Jawa Tengah dan bahkan tingkat nasional. Di sepanjang alirannya dari hulu hingga hilir, Sungai Serayu mendapatkan pasokan air dari beberapa sungai yang berhulu di Pegunungan Dieng, Gunungapi Sumbing, Gunungapi Sindoro, Pegunungan Serayu Selatan, dan Gunungapi Slamet (Anonim, 2008). Di balik keindahan alam lembah Sungai Serayu dan jajaran pegunungan di sekelilingnya, Daerah Aliran Sungai (DAS) Serayu ini menyimpan masalah kerusakan lingkungan hidup yang sangat parah, yaitu lahan kritis akibat abrasi.

Salah satu wilayah yang sangat parah terkena abrasi aliran Sungai Serayu adalah Kabupaten Cilacap, dimana lebih dari 50 hektar lahan milik warga terkikis sehingga daerah tersebut berstatus menjadi lahan kritis. Beberapa wilayah yang berlahan kritis antara lain Kecamatan Maos, Kecamatan Kesugihan, dan Kecamatan Adipala. Untuk Kecamatan Adipala, terdapat beberapa desa yang cukup parah terlanda abrasi aliran Sungai Serayu, seperti Desa Karang Sari dan Desa Penggalang. Abrasi mengakibatkan masyarakat kehilangan lahan pertanian yang bermanfaat untuk menunjang kehidupan dan turunnya kemampuan Daerah Aliran Sungai (DAS) menyerap air sehingga sering terjadi banjir pada musim hujan, kekeringan pada musim kemarau, dan merusak tatanan ekosistem air tanah. Untuk mengatasi permasalahan ini di beberapa lokasi yang terkena abrasi telah diberikan *damping stone* agar tanah yang terkikis tidak semakin melebar, terutama ketika musim hujan (Kompas Cyber Media, 2007).

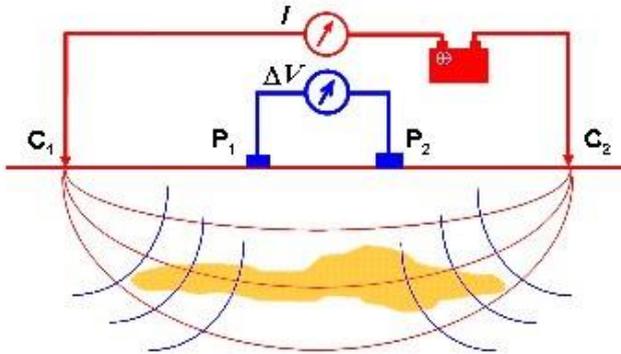
Salah satu upaya untuk menyelesaikan permasalahan DAS Sungai Serayu yang berlahan kritis dan kondisi akuifer air tanah di dalamnya adalah melakukan pengukuran **Geolistrik Resistivitas**. Berdasarkan data resistivitas batuan bawah permukaan yang ditunjang oleh informasi geologi, maka dapat diinterpretasi struktur dan formasi batuan bawah permukaan serta lapisan akuifer air tanah (Winarti, 2013) di DAS Serayu yang berlahan kritis. Hasil interpretasi yang diperoleh dimanfaatkan untuk menginvestigasi karakteristik akuifer di sekitar DAS Serayu yang berlahan kritis. Karakteristik akuifer perlu diteliti karena umumnya akuifer di kawasan DAS merupakan daerah serapan air yang cukup baik, sehingga menjadi zona imbuhan (*recharge area*) yang potensial bagi air tanah di sekitarnya. Kerusakan DAS berakibat rusaknya formasi batuan penyangga DAS sehingga fungsi akuifernya menjadi terganggu.

Teknik akuisisi data pengukuran geolistrik resistivitas dapat dilakukan dengan mengalirkan arus listrik searah ke dalam lapisan batuan kerak bumi melalui dua buah elektroda arus di titik C_1 dan C_2 . Arus listrik yang diinjeksikan ke dalam lapisan batuan akan menyebar secara merata ke seluruh medium batuan seperti **Gambar 1**. Selanjutnya polarisasi listrik yang terjadi di dalam medium batuan diukur nilai beda potensialnya melalui dua buah elektroda potensial P_1 dan P_2 . Setelah diketahui nilai arus dan beda potensial, maka nilai resistivitas semu (*apparent resistivity*) batuan bawah

permukaan dapat dihitung dengan persamaan (Telford *et.al.*, 1990):

$$\rho_a = K \frac{\Delta V}{I} \quad (1)$$

dimana: ρ_a adalah resistivitas semu, K adalah faktor geometri yang tergantung pada konfigurasi jarak elektroda, ΔV adalah beda potensial, dan I adalah kuat arus listrik.



Gambar 1. Desain Pengukuran Resistivitas Batuan Bawah Permukaan Menggunakan Metode Geolistrik Resistivitas

Faktor geometri (K) tergantung dari konfigurasi atau model susunan jarak elektroda yang digunakan. Untuk konfigurasi Wenner, jarak antar elektrodanya dibuat sama untuk setiap segmen pengukuran yaitu a , sehingga nilai faktor geometrinya dapat dirumuskan (Lutan, 1981 dan Telford *et.al.*, 1990):

$$K_{wen} = 2\pi a \quad (2)$$

Sehingga persamaan (1) dapat dituliskan menjadi:

$$\rho_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \quad (3)$$

2. Metode Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada bulan Maret – Agustus 2011 dengan lokasi di kawasan lahan kritis Daerah Aliran Sungai (DAS) Serayu di Desa Karang Sari dan Desa Penggalang Kecamatan Adipala, Kabupaten Cilacap. Peralatan yang

digunakan dalam penelitian ini tercantum pada **Tabel 1** dan **Tabel 2**.

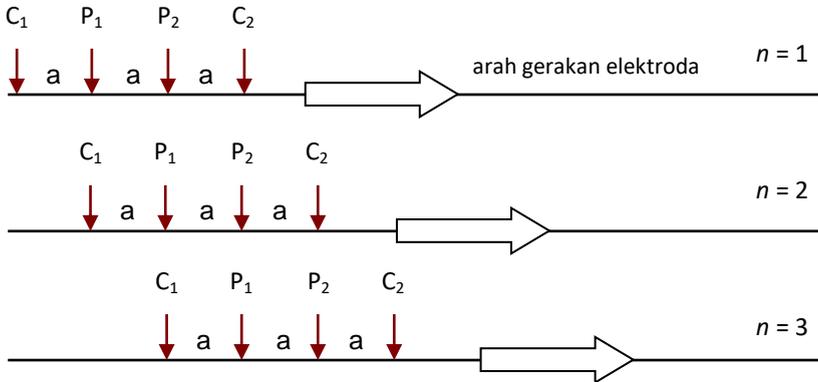
Tabel 1. Peralatan dan Bahan yang Digunakan di Lapangan

No.	Nama Alat	Jumlah
1	Resistivitymeter, tipe NANIURA model NRD 22S	1 set
2	Multimeter digital	2 buah
3	Elektroda <i>stainless steel</i>	2 buah
4	Elektroda tembaga	2 buah
5	Accu 12 V	2 buah
6	Pita ukur 250 meter	2 buah
7	Kabel 300 meter	2 buah
8	Palu/ <i>Hammer</i>	4 buah
9	Kabel penghubung dan konektor	Secukupnya
10	<i>Global Positioning System</i> (GPS)	1 buah
11	Kalkulator	1 buah
12	Peta Geologi Lembar Banyumas-Cilacap	1 eksemplar
13	Peta Topografi DAS Serayu Kab.Cilacap	1 eksemplar
14	Peta potensi air tanah Kab.Cilacap	1 eksemplar
15	Bambu (patok di lapangan)	secukupnya
16	Lembar data pengamatan	secukupnya
17	Alat tulis (ATK) lengkap	1 set

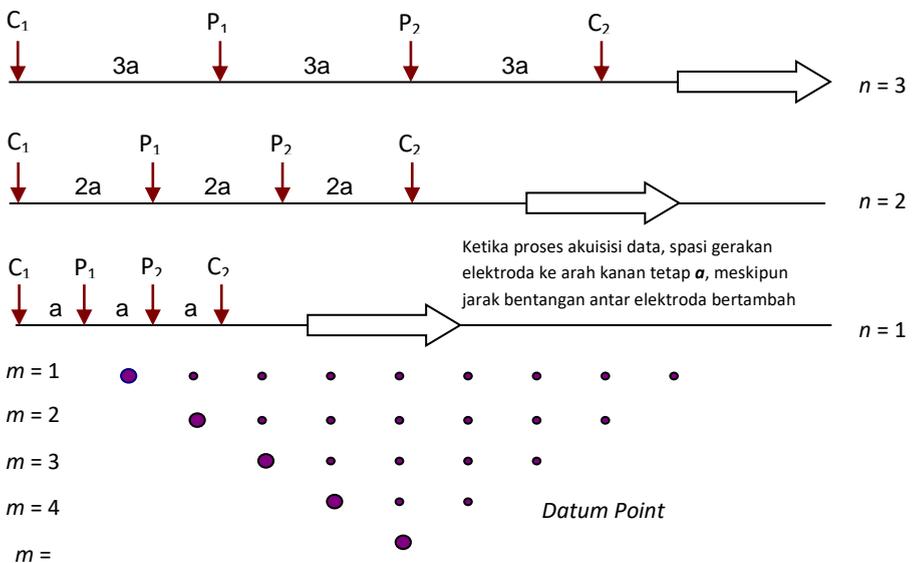
Tabel 2. Peralatan dan Bahan yang Digunakan di Laboratorium

No.	Nama Bahan	Jumlah
1	Laptop lengkap dengan <i>printer</i>	1 set
2	<i>Software</i> Res2dinv 3.54	1 paket
3	<i>Software</i> Arc View 3.3	1 paket

Teknik akuisisi data yang diterapkan dalam penelitian ini adalah teknik *lateral mapping* (2D) dimana seluruh elektroda digerakkan bersamaan dalam satu arah hingga mencapai ujung lintasan dengan jarak bentangan antar elektroda tertentu (**Gambar 2**). Apabila hasil yang diinginkan adalah penampang resistivitas batuan bawah permukaan secara dua dimensi, maka pengukuran pada lintasan tersebut diulangi hingga beberapa kali dari titik awal, dimana setiap pengulangan pengukuran ($n = 1, 2, 3, \dots$) maka jarak bentangan antar elektroda selalu diperlebar (**Gambar 3**).



Gambar 2. Pergerakan Elektroda dalam Survei Geolistrik Resistivitas dengan Model Konfigurasi Wenner



Gambar 3. Teknik Pengukuran dan Presentasi Data dalam Bentuk Penampang Resistivitas Dua Dimensi (2d) dalam Konfigurasi Wenner

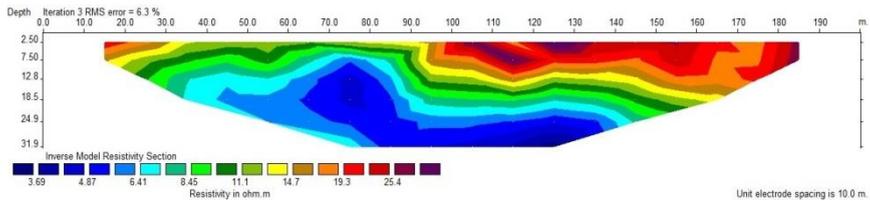
3. Hasil dan Pembahasan

Pengukuran geolistrik resistivitas telah dilakukan di DAS Serayu yang berlahan kritis di Desa Karang Sari dan Desa Penggalang Kecamatan Adipala. Pemodelan data resistivitas konfigurasi Wenner telah dilakukan menggunakan *software*

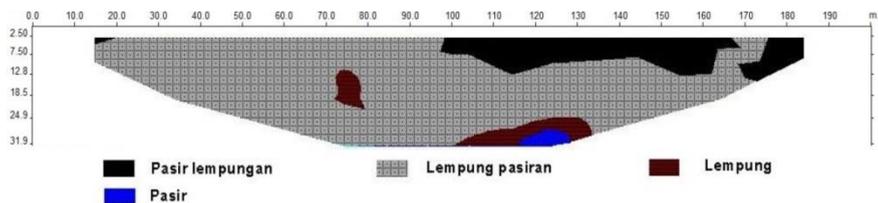
Res2dinv 3.54, sedangkan interpretasinya dilakukan menggunakan *software* Arc-View 3.3. Interpretasi terhadap hasil pengolahan data resistivitas ini dilakukan dengan mempertimbangkan informasi geologi jenis batuan daerah penelitian. Berdasarkan informasi geologi, batuan DAS Serayu didominasi oleh *alluvium* yang terdiri atas lempung, lanau, pasir, kerikil, dan kerakal. Di bawah aluvium, terdapat formasi *Halang* yang terdiri atas perselingan batupasir, batulempung, napal, *tuff* dengan sisipan breksi yang dipengaruhi oleh arus *turbid* dalam pelengseran bawah air laut (Asikin *dkk.*, 1992).

3.1 DAS Serayu Desa Karang Sari

Pengukuran resistivitas dilakukan di dua lintasan. Lintasan pertama dinamakan Karang Sari 01 yang terletak pada posisi 109,12150° BT dan 7,63408° LS, ketinggian 25 meter *dpl*. Panjang lintasan pengukuran adalah 200 meter yang membentang relatif dari barat ke timur. Penampang resistivitas 2D batuan bawah permukaan hasil pemodelan ditunjukkan pada **Gambar 4**. Penampang resistivitas diinterpretasi menggunakan tabel resistivitas batuan (Reynolds, 1997) dengan tetap mempertimbangkan informasi geologi daerah setempat, sehingga diperoleh hasil interpretasi berupa penampang litologi bawah permukaan seperti ditunjukkan pada **Gambar 5**.

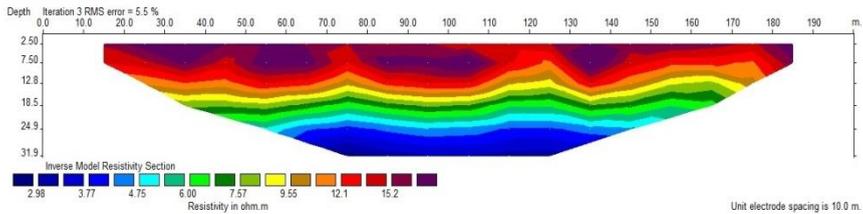


Gambar 4. Penampang Resistivitas Batuan Bawah Permukaan Hasil Pemodelan Menggunakan *Software* Res2dinv 3.54 pada Lintasan Karang Sari 01

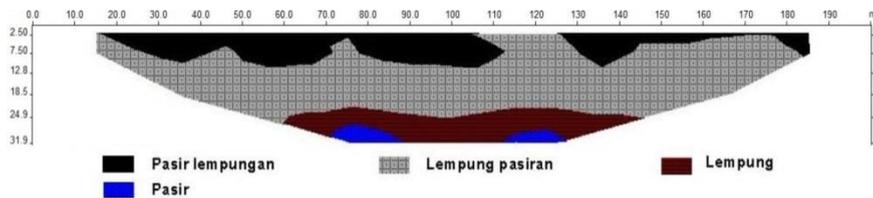


Gambar 5. Penampang Litologi Batuan Bawah Permukaan Hasil Interpretasi Menggunakan *Software* Arc-View 3.3 di Lintasan Karang Sari 01

Lintasan kedua dinamakan Karangsari 02 yang terletak pada posisi $109,12486^{\circ}$ BT dan $7,63892^{\circ}$ LS, dengan tinggi 16 meter *dpl*. Panjang lintasan pengukuran adalah 200 meter yang membentang relatif dari barat ke timur. Penampang resistivitas 2D hasil pemodelan diperlihatkan dalam **Gambar 6**, sedangkan hasil interpretasi litologi batuan bawah permukaannya ditunjukkan pada **Gambar 7**.



Gambar 6. Penampang Resistivitas Batuan Bawah Permukaan Hasil Pemodelan Menggunakan *Software* Res2dinv 3.54 di Lintasan Karangsari 02



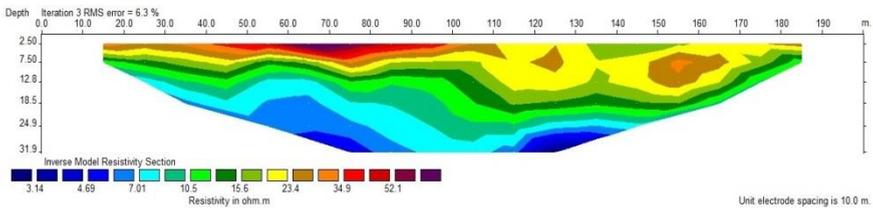
Gambar 7. Penampang Litologi Batuan Bawah Permukaan Hasil Interpretasi Menggunakan *Software* Arc-View 3.3 di Lintasan Karangsari 02

Pengukuran data resistivitas baik 2D yang dilakukan pada penelitian ini hanya mengambil panjang bentangan 200 meter di setiap titik lokasi. Hal ini akibat kesulitan mencari lintasan yang memenuhi syarat yang panjangnya lebih dari 200 meter. Oleh karena itu, pemodelan struktur bawah permukaan menghasilkan kedalaman maksimum 31,9 meter. Berdasarkan hasil pengolahan dan interpretasi data, lapisan akuifer air tanah di daerah penelitian didominasi batuan pasir lempungan dan lempung pasir, dengan muka air tanah dangkal diperkirakan terletak di bawah tanah permukaan (*top soil*) yang ketebalannya hanya beberapa meter. Perkiraan kedalaman permukaan air tanah tersebut sesuai dengan hasil pengukuran langsung kedalaman muka air tanah rata-rata berbagai sumur warga, yaitu 2,94 meter untuk daerah di sekitar lintasan

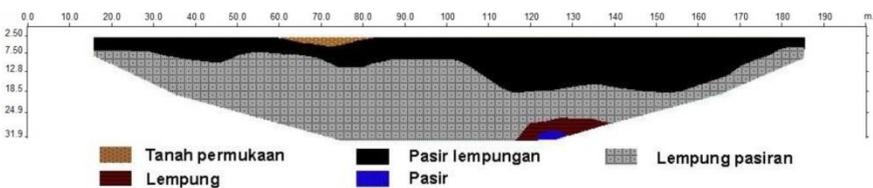
Karangsari 01 dan 2,44 meter untuk daerah di sekitar lintasan Karangsari 02.

3.2 DAS Serayu Desa Penggalang

Desa Penggalang terletak di selatan Desa Karangsari dan merupakan desa yang dilewati DAS Serayu relatif panjang. Pengukuran resistivitas 2D di Desa Penggalang telah dilakukan di dua titik lintasan. Lintasan pertama dinamakan Penggalang 01 yang terletak pada posisi $109,12769^\circ$ BT dan $7,65411^\circ$ LS, dengan ketinggian 23 meter *dpl*. Panjang lintasan pengukuran adalah 200 meter yang membentang relatif dari utara ke selatan. Penampang resistivitas 2D hasil pemodelan menggunakan *software* Res2dinv 3.54 ditunjukkan pada **Gambar 8**, adapun hasil interpretasi penampang litologi batuan bawah permukaan menggunakan *software* Arc-View 3.3 ditunjukkan pada **Gambar 9**.



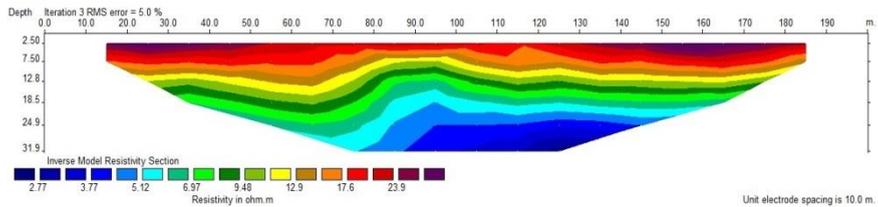
Gambar 8. Penampang Resistivitas Batuan Bawah Permukaan Hasil Pemodelan Menggunakan *Software* Res2dinv 3.54 di Lintasan Penggalang 01



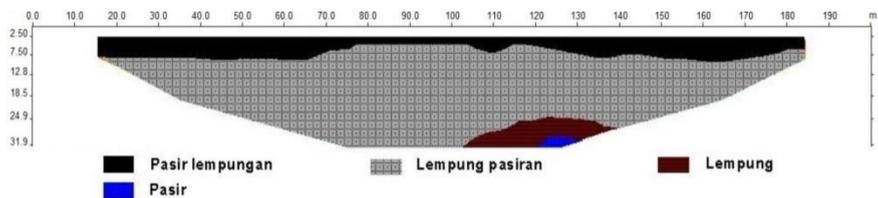
Gambar 9. Penampang Litologi Batuan Bawah Permukaan Hasil Interpretasi Menggunakan *Software* Arc-View 3.3 di Lintasan Penggalang 01

Lintasan kedua di Desa Penggalang disebut Penggalang 02 yang terletak pada posisi $109,12025^\circ$ BT dan $7,64555^\circ$ LS serta ketinggian 25,1 meter *dpl*. Panjang lintasan pengukuran adalah 200 meter yang membentang relatif dari barat ke timur. Penampang resistivitas 2D hasil pemodelan menggunakan

software Res2dinv 3.54 ditunjukkan pada **Gambar 10**. Sedangkan hasil interpretasi litologi batuan bawah permukaan ditunjukkan pada **Gambar 11**.



Gambar 10. Penampang Resistivitas Batuan Bawah Permukaan Hasil Pemodelan Menggunakan *Software* Res2dinv 3.54 di Lintasan Penggalang 02

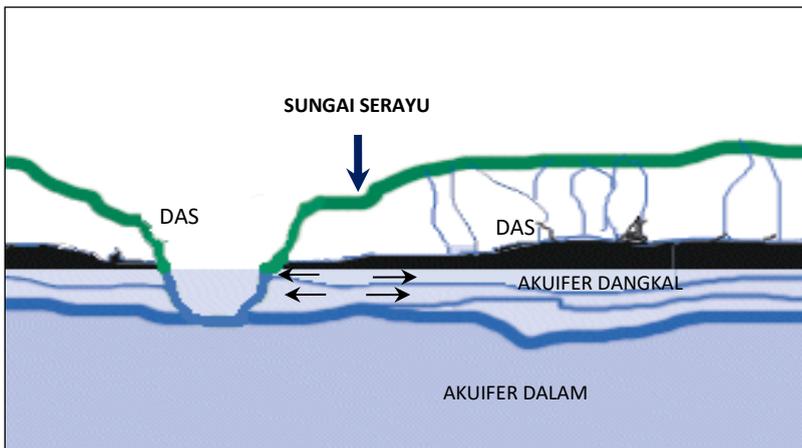


Gambar 11. Penampang Litologi Batuan Bawah Permukaan Hasil Interpretasi Menggunakan *Software* Arc-View 3.3 di Lintasan Penggalang 02

Berdasarkan hasil pengolahan dan interpretasi data, lapisan akuifer air tanah di Desa Penggalang juga didominasi batuan pasir lempungan dan lempung pasir, dengan muka air tanah dangkal diperkirakan terletak di bawah tanah permukaan (*top soil*) yang ketebalannya hanya beberapa meter. Perkiraan kedalaman muka air tanah ini juga sesuai dengan hasil pengukuran langsung kedalaman muka air tanah rata-rata dari beberapa sumur warga yang terletak di sekitar titik lintasan pengukuran, yaitu 3,11 meter untuk lintasan Penggalang 01 dan 2,42 meter untuk lintasan Penggalang 02.

Berdasarkan pengamatan langsung, sifat air tanah di daerah penelitian ini adalah tawar, sehingga diperkirakan lapisan akuifer ini tidak terintrusi air laut. Meski demikian, lapisan akuifer dangkal diduga terintrusi air Sungai Serayu, karena kondisinya relatif kurang jernih. Hal ini diperkirakan karena aliran Sungai Serayu memotong jalur akuifer dangkal, sehingga DAS berperan sebagai *recharge area* untuk memasok

air sungai ke dalam sistem akuifer seperti terlihat pada **Gambar 12**. Butiran material yang terbawa air sungai terintrusi ke dalam akuifer melalui pori-pori batumannya. Peristiwa abrasi yang sangat parah menambah lebar pori-pori lapisan batuan, sehingga jumlah butiran material yang masuk ke dalam akuifer semakin banyak. Apalagi formasi batuan di sekitar DAS Serayu adalah *alluvium* seperti pasir lempungan maupun lempung pasiran yang mudah ditembus dan digerus oleh air. Akibatnya kondisi air tanah sekitar DAS Serayu menjadi kurang jernih (Sehah dan Hartono, 2010).



Gambar 12. DAS Serayu Berperan Sebagai *Recharge Area* untuk Memasok Air Sungai ke dalam Sistem Akuifer

DAS Serayu tidak selalu berperan sebagai *recharge area* untuk memasok air ke dalam akuifer di sekitarnya, namun DAS juga dapat berperan sebagai *discharge area* yaitu air dari akuifer masuk ke dalam sungai. Faktor utama yang mempengaruhi hal ini adalah volume air yang terdapat dalam lapisan akuifer. Misalnya pada musim kemarau volume air dalam akuifer sangat sedikit, sehingga DAS berperan sebagai *recharge area* atau zona serapan. Sebaliknya pada musim penghujan volume air dalam lapisan akuifer sangat banyak, sehingga DAS berperan sebagai *discharge area* atau zona luahan. Selain itu faktor topografi juga berpengaruh, dimana DAS juga bisa berperan sebagai *recharge* maupun *discharge area* tergantung dari beda ketinggian antara muka air tanah terhadap muka air sungai.

Akuifer dalam (*deep aquifer*) di daerah penelitian tidak dapat dimodelkan secara baik menggunakan data resistivitas

2D, akibat kedalaman maksimum interpretasinya hanya 31,9 meter. Namun berdasarkan hasil pemodelan resistivitas pada setiap lintasan, masih terlihat lapisan batuan dengan nilai resistivitas sangat rendah (berkisar 2,77 – 3,69 Ωm). Lapisan ini diperkirakan merupakan bagian dari akuifer dalam yang diduga tersusun atas pasir. Mengingat nilai resistivitas sangat rendah, maka diperkirakan bahwa lapisan akuifer dalam terintrusi air laut. Air laut yang bersifat elektrolit memiliki nilai konduktivitas listrik yang tinggi, sehingga nilai resistivitasnya turun. Hasil interpretasi tersebut sesuai dengan Peta Indikasi Potensi Air Tanah dan Daerah Irigasi Kabupaten Cilacap, yang menunjukkan bahwa air tanah dalam di daerah penelitian bersifat asin dan langka (Direktorat Jendral Ciptakarya, 2003).

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian geolistrik resistivitas yang dilakukan di DAS Serayu Desa Karang Sari dan Desa Penggalang dapat diambil kesimpulan:

1. Formasi batuan yang diperoleh di daerah penelitian diperkirakan merupakan formasi *alluvium* yang terdiri atas lempung, pasir, lempung pasiran, dan pasir lempungan. Hasil ini didasarkan dari nilai resistivitas batuan bawah permukaan yang diperoleh pada setiap lintasan yaitu lintasan Karang Sari 01 sebesar 3,69 – 25,4 Ωm ; lintasan Karang Sari 02 sebesar 2,98 – 15,2 Ωm ; lintasan Penggalang 01 sebesar 3,14 – 52,1 Ωm ; dan lintasan Penggalang 02 sebesar 2,77 – 23,9 Ωm . Kedalaman maksimum hasil interpretasi adalah 31,9 meter di bawah permukaan.
2. Lapisan akuifer air tanah dangkal (*shallow aquifer*) pada setiap lintasan pengukuran diinterpretasi sebagai pasir lempungan dan lempung pasiran. Dari hasil pemodelan menggunakan *software* Res2dinv 3.54 dan Arc-View 3.3, diperkirakan bahwa muka air tanah pada setiap lintasan relatif dangkal. Hal ini sesuai dengan hasil pengukuran langsung kedalaman muka air tanah dari beberapa buah sumur di sekitar lintasan. Air tanah dangkal di daerah penelitian tidak terintrusi oleh air laut, tetapi diduga kuat terintrusi oleh air Sungai Serayu karena relatif keruh.
3. Lapisan akuifer air tanah dalam (*deep aquifer*) pada setiap lintasan diinterpretasi tersusun atas pasir yang terintrusi oleh air laut. Hal ini didasarkan atas rendahnya nilai resistivitas serta informasi dari Direktorat Jendral

Ciptakarya (2003) melalui Peta Indikasi Potensi Air Tanah dan Daerah Irigasi Kabupaten Cilacap.

Ucapan Terima Kasih

Terima kasih disampaikan kepada Direktur Jenderal Pendidikan Tinggi dan para staf di Kementerian Pendidikan Nasional RI atas dukungan dana yang disediakan dalam Penelitian Hibah Bersaing tahun 2011. Terima kasih juga disampaikan kepada Rektor Universitas Jenderal Soedirman dan Ketua Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) UNSOED atas dukungan administratif pelaksanaan penelitian ini. Terima kasih juga disampaikan Kepala Laboratorium Fisika Eksperimen UNSOED atas fasilitas peralatan Geolistrik yang disediakan, serta beberapa mahasiswa Program Studi Fisika UNSOED atas jerih payahnya ikut membantu akuisisi data di lapangan.

Daftar Pustaka

- Anonim. (2008). *Daerah Penyangga Serayu Mengkhawatirkan*. Mannusantara. Sumber Website: <http://mannusantara.blogspot.com>.
- Asikin, S., Handoyo, A., dan Prastistho, B. (1992). *Peta Geologi Lembar Banyumas, Jawa*. Pusat Penelitian dan Pengembangan Geologi (P3G). Bandung.
- Dirjen Cipta Karya. (2003). *Peta Potensi Indikasi Air Tanah dan Daerah Irigasi Kabupaten Cilacap, Propinsi Jawa Tengah*. Departemen Pekerjaan Umum. Jakarta.
- Kompas Cyber Media. (2007). *Abrasi Sungai Serayu di Cilacap Makin Parah*. Edisi Selasa 03 April 2007.
- Lutan, A. (1981). *Metode Pengukuran Tahanan Jenis Bawah Permukaan Tanah*, Pendidikan dan Latihan Geofisika Eksplorasi Terbatas. Lembaga Fisika Nasional. LIPI. Jakarta.
- Reynolds, J.M. (1997). *An Introduction to Applied and Enviromental Geophysics*. New York: John Willey and Sons.
- Sehah dan Hartono. (2011). Pemanfaatan Metode Resistivitas untuk Menginvestigasi Karakteristik Akuifer dan Potensi Sumber Air Tanah di Kawasan Lahan Kritis Daerah Aliran Sungai (DAS) Serayu Kabupaten Cilacap. *Laporan Penelitian Hibah Bersaing Tahun 2011*. Program Studi Fisika, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Jenderal Soedirman. Purwokerto.

- Telford, W.M., Gedaart, L.P., dan Sheriff, R.E. (1990). *Applied Geophysics*. New York: Cambridge.
- Winarti. (2013). Metode Geolistrik untuk Mendeteksi Akuifer Air Tanah di Daerah Sulit Air (Studi Kasus di Daerah Takeran, Poncol dan Parang, Magetan). *Jurnal Angkasa*, 5(1): 83 – 94.

SIFAT-SIFAT ALJABAR OPERASI PENJUMLAHAN DAN PERKALIAN DENGAN SKALAR DI RUANG MULTIVEKTOR \mathbb{G}^2

Rokhmy Badiatuddiniyah, Idha Sihwaningrum, Ari Wardayani, Mutia Nur Estri, dan Niken Larasati^{*)}

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman
niken.larasati@unsoed.ac.id^{*)}

Abstrak. Pada makalah ini dibahas sifat-sifat operasi penjumlahan dan perkalian dengan skalar di ruang \mathbb{G}^2 , yaitu ruang dengan anggota multivektor yang berbentuk penjumlahan dari skalar di ruang Euclid berdimensi satu, vektor di ruang Euclid berdimensi dua, dan bivektor di ruang Euclid berdimensi dua. Operasi penjumlahan bersifat tertutup, asosiatif, dan komutatif. Terdapat elemen identitas terhadap penjumlahan di ruang \mathbb{G}^2 , dan setiap elemen di \mathbb{G}^2 mempunyai invers terhadap penjumlahan. Sementara itu, operasi perkalian multivektor dengan skalar bersifat asosiatif serta distributif, baik distributif kiri maupun distributif kanan. Selain itu, terdapat skalar 1 yang merupakan unsur identitas perkalian terhadap skalar di \mathbb{G}^2 . Dengan sifat-sifat tersebut, ruang multivektor \mathbb{G}^2 yang dilengkapi dengan operasi penjumlahan dan perkalian dengan skalar merupakan ruang vektor.

Kata kunci: skalar, vektor, bivektor, multivektor, ruang vektor, penjumlahan, perkalian.

1. Pendahuluan

Grassmann pada tahun 1844 memperkenalkan konsep tentang operasi hasil kali luar pada vektor-vektor di ruang Euclid berdimensi- n , dengan $n \geq 2$. Hasil kali luar dari dua vektor berupa bivektor, hasil kali luar tiga vektor berupa trivektor, dan hasil kali luar n -vektor berupa n -blade. Penjumlahan dari skalar (disebut juga 0-blade) dengan vektor (disebut juga 1-blade), bivektor (disebut juga 2-blade), trivektor (disebut juga 3-blade), sampai n -blade disebut multivektor. Skalar divisualisasikan sebagai titik dan merupakan elemen tingkat 0 pada multivektor. Vektor divisualisasikan sebagai segmen garis berarah dan merupakan elemen tingkat 1 pada multivektor. Bivektor divisualisasikan sebagai jajaran genjang dan

merupakan elemen tingkat 2 pada multivektor, sedangkan bivektor divisualisasikan sebagai paralelepipedum dan merupakan elemen tingkat 3 dalam multivektor. Sementara itu, *n-blade* merupakan elemen tingkat n pada multivektor. Himpunan semua multivektor disebut ruang multivektor, yang dilambangkan dengan \mathbb{G}^n . Ruang \mathbb{G}^2 merupakan multivektor tingkat-2 (*2-grade*) yang elemennya berupa penjumlahan skalar, vektor, dan bivektor.

Vektor-vektor di ruang Euclid berdimensi dua dapat dijumlahkan maupun dikalikan dengan skalar. Ruang Euclid berdimensi-2 yang dilengkapi dengan operasi penjumlahan dan perkalian skalar merupakan ruang vektor atas lapangan riil \mathbb{R} . Karena ruang \mathbb{G}^2 dibentuk dari vektor-vektor di ruang Euclid berdimensi dua, maka ruang \mathbb{G}^2 dapat pula dilengkapi dengan operasi penjumlahan dan perkalian dengan skalar. Dengan demikian, dapat pula diselidiki apakah ruang \mathbb{G}^2 yang dilengkapi dengan operasi penjumlahan dan perkalian skalar merupakan suatu ruang vektor atas lapangan riil \mathbb{R} .

2. Metode Penelitian

Makalah ini merupakan hasil studi literatur, yang ditulis secara perspektif.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Multivektor di ruang \mathbb{G}^2

Multivektor yang merupakan anggota pada ruang \mathbb{G}^2 berbentuk penjumlahan dari skalar di \mathbb{R} , dengan vektor di \mathbb{R}^2 dan bivektor di \mathbb{R}^2 (Laurinolli, 2016). Dengan demikian, setiap $\mathbf{M} \in \mathbb{G}^2$ dapat dituliskan sebagai

$$\mathbf{M} = s + \mathbf{v} + \mathbf{B} \quad (1)$$

dengan s adalah skalar yang merupakan anggota \mathbb{R} , \mathbf{v} adalah vektor di ruang \mathbb{R}^2 , dan \mathbf{B} adalah bivektor di ruang \mathbb{R}^2 . Misalkan \mathbf{e}_1 dan \mathbf{e}_2 merupakan vektor satuan standar di \mathbb{R}^2 , maka vektor \mathbf{v} dapat dituliskan sebagai

$$\mathbf{v} = a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2, \quad (2)$$

dan bivektor \mathbf{B} dapat ditulis sebagai

$$\mathbf{B} = \alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2. \quad (3)$$

dengan a, b , dan $\alpha \in \mathbb{R}$. Selanjutnya, dengan persamaan (2) dan (3), multivektor $\mathbf{M} \in \mathbb{G}^2$ pada persamaan (1) dapat dituliskan sebagai

$$\mathbf{M} = s + a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + \alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2. \quad (4)$$

Pada ruang \mathbb{G}^2 didefinisikan multivektor nol, yaitu multivektor dengan semua komponennya bernilai nol, yang dituliskan dengan

$$\mathbf{0} = 0 + 0\mathbf{e}_1 + 0\mathbf{e}_2 + 0\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2.$$

Himpunan $E = \{1, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2\}$ membentuk basis untuk \mathbb{G}^2 . Artinya, setiap multivektor $\mathbf{M} \in \mathbb{G}^2$ dapat dibangun dari basis pada himpunan E . Contoh multivektor anggota dari \mathbb{G}^2 diberikan dalam Contoh 1.

Contoh 1

Misalkan diketahui multivektor $\mathbf{M} = 2 + 3\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 7\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$, dengan 2 adalah skalar, $3\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ adalah vektor pada \mathbb{R}^2 , dan $7\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$ adalah bivektor pada \mathbb{R}^2 . Jadi, \mathbf{M} merupakan anggota dari ruang \mathbb{G}^2 . ■

Dua multivektor \mathbf{M}_1 dan \mathbf{M}_2 yang merupakan anggota dari ruang \mathbb{G}^2 dikatakan sama jika dan hanya jika setiap komponennya sama. Jadi, multivektor $\mathbf{M}_1 = s_1 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{B}_1$ sama dengan $\mathbf{M}_2 = s_2 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{B}_2$ apabila $s_1 = s_2$, $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2$, dan $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2$. Ini berarti vektor $\mathbf{v}_1 = a_1\mathbf{e}_1 + b_1\mathbf{e}_2$ sama dengan $\mathbf{v}_2 = a_2\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2$, apabila $a_1 = a_2$, dan $b_1 = b_2$, dan bivektor $\mathbf{B}_1 = \alpha_1\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$, sama dengan bivektor $\mathbf{B}_2 = \alpha_2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$ apabila $\alpha_1 = \alpha_2$.

3.2 Penjumlahan dan perkalian dengan skalar

Penjumlahan multivektor $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2 \in \mathbb{G}^2$ dengan

$$\mathbf{M}_1 = s_1 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{B}_1 \text{ dan } \mathbf{M}_2 = s_2 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{B}_2$$

didefinisikan sebagai

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 &= (s_1 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{B}_1) + (s_2 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{B}_2) \\ &= s_1 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{B}_1 + s_2 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{B}_2 \\ &= (s_1 + s_2) + (\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2) + (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2). \end{aligned}$$

Jika \mathbf{M}_1 dan \mathbf{M}_2 di ruang \mathbb{G}^2 dituliskan sebagai

$\mathbf{M}_1 = s_1 + a_1\mathbf{e}_1 + b_1\mathbf{e}_2 + \alpha_1\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$ dan $\mathbf{M}_2 = s_2 + a_2\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + \alpha_2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$, maka penjumlahan \mathbf{M}_1 dan \mathbf{M}_2 pada persamaan (5) menjadi

$$\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = (s_1 + s_2) + (a_1 + a_2)\mathbf{e}_1 + (b_1 + b_2)\mathbf{e}_2 + (\alpha_1 + \alpha_2)\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2.$$

Contoh penjumlahan dua multivektor di ruang \mathbb{G}^2 diberikan dalam Contoh 2.

Contoh 2

Misalkan diberikan multivektor $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2 \in \mathbb{G}^2$ dengan

$$\mathbf{M}_1 = 2 + 2\mathbf{e}_1 + 1\mathbf{e}_2 - 4\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \text{ dan } \mathbf{M}_2 = 1 + 3\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 5\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2.$$

Hasil penjumlahan multivektor \mathbf{M}_1 dan \mathbf{M}_2 adalah

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 &= (2 + 1) + (2 + 3)\mathbf{e}_1 + (1 - 2)\mathbf{e}_2 + ((-4) + 5)\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\ &= 3 + 5\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2. \end{aligned} \quad \blacksquare$$

Perkalian multivektor $\mathbf{M} = s + \mathbf{v} + \mathbf{B} \in \mathbb{G}^2$ dengan skalar $r \in \mathbb{R}$ didefinisikan dengan

$$r\mathbf{M} = rs + r\mathbf{v} + r\mathbf{B}.$$

Misalkan skalar $r \in \mathbb{R}$ dan multivektor \mathbf{M} di ruang \mathbb{G}^2 dituliskan dalam bentuk

$$\mathbf{M} = s + a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + a\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2,$$

maka perkalian multivektor \mathbf{M} dengan skalar r diberikan oleh

$$r\mathbf{M} = rs + ra\mathbf{e}_1 + rb\mathbf{e}_2 + ra\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2.$$

Contoh perkalian multivektor dengan skalar di ruang \mathbb{G}^2 diberikan dalam Contoh 3

Contoh 3

Misalkan diberikan skalar 4 dan multivektor $\mathbf{M} = 1 - \mathbf{e}_1 + 3b\mathbf{e}_2 + 2a\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$ anggota \mathbb{G}^2 . Perkalian skalar dengan multivektor diberikan oleh

$$\begin{aligned} 4\mathbf{M} &= 4(1 - \mathbf{e}_1 + 3b\mathbf{e}_2 + 2a\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\ &= (4)(1) + (4)(-1)\mathbf{e}_1 + (4)(3)\mathbf{e}_2 + (4)(2)\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\ &= 4 - 4\mathbf{e}_1 + 12\mathbf{e}_2 + 8\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2. \end{aligned} \quad \blacksquare$$

Misalkan himpunan \mathbb{G}^2 merupakan himpunan semua multivektor di \mathbb{R}^2 . Selanjutnya \mathbb{G}^2 dapat dituliskan dengan

$$\mathbb{G}^2 = \{\mathbf{M} = s + \mathbf{v} + \mathbf{B} = s + a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + a\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 | s, a, b, \alpha \in \mathbb{R}\}.$$

Misalkan diketahui skalar $r, q \in \mathbb{R}$ dan sembarang multivektor $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3 \in \mathbb{G}^2$ yang didefinisikan dengan

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 &= s_1 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{B}_1 = s_1 + a_1\mathbf{e}_1 + b_1\mathbf{e}_2 + \alpha_1\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{M}_2 &= s_2 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{B}_2 = s_2 + a_2\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + \alpha_2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2, \end{aligned}$$

dan

$$\mathbf{M}_3 = s_3 + \mathbf{v}_3 + \mathbf{B}_3 = s_3 + a_3\mathbf{e}_1 + b_3\mathbf{e}_2 + \alpha_3\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2,$$

dengan $s_1, s_2, s_3, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$.

Operasi penjumlahan multivektor dan perkalian dengan skalar riil pada ruang \mathbb{G}^2 didefinisikan dengan

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 &= (s_1 + a_1\mathbf{e}_1 + b_1\mathbf{e}_2 + \alpha_1\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2) + (s_2 + a_2\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + \alpha_2\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2) \\ &= s_1 + a_1\mathbf{e}_1 + b_1\mathbf{e}_2 + \alpha_1\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2 + s_2 + a_2\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + \alpha_2\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2 \\ &= (s_1 + s_2) + (a_1 + a_2)\mathbf{e}_1 + (b_1 + b_2)\mathbf{e}_2 + (\alpha_1 + \alpha_2)\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2,\end{aligned}$$

dan

$$r\mathbf{M} = rs + rae_1 + rbe_2 + rae_1\wedge e_2.$$

Akan ditunjukkan \mathbb{G}^2 yang dilengkapi dengan operasi penjumlahan multivektor dan perkalian dengan skalar \mathbb{R} memenuhi sifat-sifat aljabar berikut ini.

a) Untuk setiap $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2 \in \mathbb{G}^2$ berlaku

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 &= (s_1 + a_1\mathbf{e}_1 + b_1\mathbf{e}_2 + \alpha_1\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2) + (s_2 + a_2\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + \alpha_2\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2) \\ &= s_1 + a_1\mathbf{e}_1 + b_1\mathbf{e}_2 + \alpha_1\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2 + s_2 + a_2\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + \alpha_2\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2 \\ &= (s_1 + s_2) + (a_1 + a_2)\mathbf{e}_1 + (b_1 + b_2)\mathbf{e}_2 + (\alpha_1 + \alpha_2)\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2.\end{aligned}$$

Karena $s_1, s_2, a_1, a_2, b_1, b_2, \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}$, maka $(s_1 + s_2), (a_1 + a_2), (b_1 + b_2)$ dan $(\alpha_1 + \alpha_2) \in \mathbb{R}$. Hal ini mengakibatkan $\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 \in \mathbb{G}^2$, yang berarti operasi $+$ tertutup pada himpunan \mathbb{G}^2 .

b) Untuk setiap $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3 \in \mathbb{G}^2$ berlaku

$$\begin{aligned}(\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2) + \mathbf{M}_3 &= (s_1 + s_2) + (a_1 + a_2)\mathbf{e}_1 + (b_1 + b_2)\mathbf{e}_2 + \\ &\quad (\alpha_1 + \alpha_2)\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2 + s_3 + a_3\mathbf{e}_1 + b_3\mathbf{e}_2 + \alpha_3\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2 \\ &= (s_1 + s_2 + s_3) + (a_1 + a_2 + a_3)\mathbf{e}_1 + (b_1 + b_2 + b_3)\mathbf{e}_2 + \\ &\quad (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2 \\ &= s_1 + a_1\mathbf{e}_1 + b_1\mathbf{e}_2 + \alpha_1\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2 + (s_2 + s_3) + (a_2 + a_3)\mathbf{e}_1 + \\ &\quad (b_2 + b_3)\mathbf{e}_2 + (\alpha_2 + \alpha_3)\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2 \\ &= \mathbf{M}_1 + (\mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3).\end{aligned}$$

Jadi, operasi $+$ bersifat asosiatif pada \mathbb{G}^2 .

c) Terdapat $\mathbf{0} = 0 + 0\mathbf{e}_1 + 0\mathbf{e}_2 + 0\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2 \in \mathbb{G}^2$ sehingga untuk setiap $\mathbf{M} \in \mathbb{G}^2$ berlaku

$$\begin{aligned}\mathbf{M} + \mathbf{0} &= s + ae_1 + be_2 + ae_1\wedge e_2 + 0 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_1\wedge e_2 \\ &= (s + 0) + (a + 0)e_1 + (b + 0)e_2 + (\alpha + 0)e_1\wedge e_2 \\ &= s + ae_1 + be_2 + ae_1\wedge e_2 \\ &= \mathbf{M};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{0} + \mathbf{M} &= 0 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_1\wedge e_2 + s + ae_1 + be_2 + ae_1\wedge e_2 \\ &= (0 + s) + (0 + a)e_1 + (0 + b)e_2 + (0 + \alpha)e_1\wedge e_2 \\ &= s + ae_1 + be_2 + ae_1\wedge e_2 \\ &= \mathbf{M}.\end{aligned}$$

Karena $\mathbf{M} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{M} = \mathbf{M}$, maka $\mathbf{0}$ merupakan elemen identitas untuk operasi $+$ pada \mathbb{G}^2 .

d) Elemen invers dari $s, a, b, \alpha \in \mathbb{R}$ terhadap operasi $+$ adalah $-s, -a, -b, -\alpha \in \mathbb{R}$ sehingga untuk setiap multivektor $\mathbf{M} = s + ae_1 + be_2 + \alpha e_1 \wedge e_2 \in \mathbb{G}^2$ terdapat multivektor

$$-\mathbf{M} = -s - ae_1 - be_2 - \alpha e_1 \wedge e_2 \in \mathbb{G}^2$$

yang mengakibatkan

$$\begin{aligned} \mathbf{M} + (-\mathbf{M}) &= s + ae_1 + be_2 + \alpha e_1 \wedge e_2 + (-s - ae_1 - be_2 - \alpha e_1 \wedge e_2) \\ &= s + ae_1 + be_2 + \alpha e_1 \wedge e_2 - s - ae_1 - be_2 - \alpha e_1 \wedge e_2 \\ &= (s - s) + (a - a)e_1 + (b - b)e_2 + (\alpha - \alpha)e_1 \wedge e_2 \\ &= 0 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_1 \wedge e_2 \\ &= \mathbf{0}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-\mathbf{M}) + \mathbf{M} &= (-s - ae_1 - be_2 - \alpha e_1 \wedge e_2) + s + ae_1 + be_2 + \alpha e_1 \wedge e_2 \\ &= -s - ae_1 - be_2 - \alpha e_1 \wedge e_2 + s + ae_1 + be_2 + \alpha e_1 \wedge e_2 \\ &= (-s + s) + (-a + a)e_1 + (-b + b)e_2 + (-\alpha + \alpha)e_1 \wedge e_2 \\ &= 0 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_1 \wedge e_2 \\ &= \mathbf{0}. \end{aligned}$$

Karena $\mathbf{M} + (-\mathbf{M}) = (-\mathbf{M}) + \mathbf{M} = \mathbf{0}$, maka $-\mathbf{M}$ merupakan invers operasi $+$ dari \mathbf{M} pada \mathbb{G}^2 .

e) Untuk setiap $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2 \in \mathbb{G}^2$ berlaku

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 &= (s_1 + a_1e_1 + b_1e_2 + \alpha_1e_1 \wedge e_2) + (s_2 + a_2e_1 + b_2e_2 + \alpha_2e_1 \wedge e_2) \\ &= s_1 + a_1e_1 + b_1e_2 + \alpha_1e_1 \wedge e_2 + s_2 + a_2e_1 + b_2e_2 + \alpha_2e_1 \wedge e_2 \\ &= (s_1 + s_2) + (a_1 + a_2)e_1 + (b_1 + b_2)e_2 + (\alpha_1 + \alpha_2)e_1 \wedge e_2 \\ &= (s_2 + s_1) + (a_2 + a_1)e_1 + (b_2 + b_1)e_2 + (\alpha_2 + \alpha_1)e_1 \wedge e_2 \\ &= s_2 + a_2e_1 + b_2e_2 + \alpha_2e_1 \wedge e_2 + s_1 + a_1e_1 + b_1e_2 + \alpha_1e_1 \wedge e_2 \\ &= (s_2 + a_2e_1 + b_2e_2 + \alpha_2e_1 \wedge e_2) + (s_1 + a_1e_1 + b_1e_2 + \alpha_1e_1 \wedge e_2) \\ &= \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_1. \end{aligned}$$

Karena $\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_1$, maka operasi $+$ pada \mathbb{G}^2 bersifat komutatif.

f) Untuk setiap $\mathbf{M} = s + ae_1 + be_2 + \alpha e_1 \wedge e_2 \in \mathbb{G}^2$ dan $r \in \mathbb{R}$ berlaku perkalian dengan skalar

$$\begin{aligned} r\mathbf{M} &= r(s + ae_1 + be_2 + \alpha e_1 \wedge e_2) \\ &= rs + rae_1 + rbe_2 + r\alpha e_1 \wedge e_2. \end{aligned}$$

Karena $r, s, a, b, \alpha \in \mathbb{R}$, maka $rs, ra, rb, r\alpha \in \mathbb{R}$. Hal ini mengakibatkan $r\mathbf{M} \in \mathbb{G}^2$, yang berarti operasi perkalian multivektor dengan skalar pada \mathbb{G}^2 bersifat tertutup.

g) Untuk setiap $r, q \in \mathbb{R}$ dan $\mathbf{M} = s + ae_1 + be_2 + \alpha e_1 \wedge e_2 \in \mathbb{G}^2$ berlaku

$$\begin{aligned} (rq)\mathbf{M} &= (rq)(s + ae_1 + be_2 + \alpha e_1 \wedge e_2) \\ &= (rq)s + (rq)ae_1 + (rq)be_2 + (rq)\alpha e_1 \wedge e_2 \\ &= rqs + rqa_1e_1 + rqb_1e_2 + rqa_1\alpha e_1 \wedge e_2 \\ &= r(qs) + r(qa)e_1 + r(qb)e_2 + r(q\alpha)e_1 \wedge e_2 \\ &= r(q(s + ae_1 + be_2 + \alpha e_1 \wedge e_2)) \\ &= r(q\mathbf{M}). \end{aligned}$$

Karena $(rq)\mathbf{M} = r(q\mathbf{M})$, maka operasi perkalian multivektor dengan skalar bersifat asosiatif pada \mathbb{G}^2 .

h) Untuk setiap $r \in \mathbb{R}$ dan $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2 \in \mathbb{G}^2$ berlaku

$$\begin{aligned}
 r(\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2) &= r((s_1 + s_2) + (a_1 + a_2)\mathbf{e}_1 + (b_1 + b_2)\mathbf{e}_2 + (\alpha_1 + \alpha_2)\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\
 &= r(s_1 + s_2) + r(a_1 + a_2)\mathbf{e}_1 + r(b_1 + b_2)\mathbf{e}_2 + r(\alpha_1 + \alpha_2)\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\
 &= (rs_1 + rs_2) + (ra_1 + ra_2)\mathbf{e}_1 + (rb_1 + rb_2)\mathbf{e}_2 \\
 &\quad + (r\alpha_1 + r\alpha_2)\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\
 &= rs_1 + rs_2 + ra_1\mathbf{e}_1 + ra_2\mathbf{e}_1 + rb_1\mathbf{e}_2 + rb_2\mathbf{e}_2 + r\alpha_1\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\
 &\quad + r\alpha_2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\
 &= (rs_1 + ra_1\mathbf{e}_1 + rb_1\mathbf{e}_2 + r\alpha_1\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\
 &\quad + (rs_2 + ra_2\mathbf{e}_1 + rb_2\mathbf{e}_2 + r\alpha_2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\
 &= r(s_1 + a_1\mathbf{e}_1 + b_1\mathbf{e}_2 + \alpha_1\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\
 &\quad + r(s_2 + a_2\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + \alpha_2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\
 &= r\mathbf{M}_1 + r\mathbf{M}_2.
 \end{aligned}$$

Karena $r(\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2) = r\mathbf{M}_1 + r\mathbf{M}_2$, maka operasi perkalian multivektor dengan skalar bersifat distributif kiri terhadap operasi $+$ di \mathbb{G}^2 .

i) Untuk setiap $r, q \in \mathbb{R}$ dan $\mathbf{M} = s + a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + \alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \in \mathbb{G}^2$ berlaku

$$\begin{aligned}
 (r + q)\mathbf{M} &= (r + q)(s + a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + \alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\
 &= (r + q)s + (r + q)a\mathbf{e}_1 + (r + q)b\mathbf{e}_2 + (r + q)\alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\
 &= rs + qs + rae_1 + qae_1 + rbe_2 + qbe_2 + r\alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 + q\alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\
 &= (rs + rae_1 + rbe_2 + r\alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) + (qs + qae_1 + qbe_2 + q\alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\
 &= r(s + a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + \alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) + q(s + a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + \alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\
 &= r\mathbf{M} + q\mathbf{M}.
 \end{aligned}$$

Karena $(r + q)\mathbf{M} = r\mathbf{M} + q\mathbf{M}$, maka operasi perkalian multivektor dengan skalar bersifat distributif kanan terhadap operasi $+$ di \mathbb{G}^2 .

j) Terdapat $1 \in \mathbb{R}$ dan untuk setiap $\mathbf{M} = s + a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + \alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \in \mathbb{G}^2$ berlaku

$$\begin{aligned}
 1\mathbf{M} &= 1(s + a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + \alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\
 &= s + a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + \alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\
 &= \mathbf{M}.
 \end{aligned}$$

Jadi, $1\mathbf{M} = \mathbf{M}$.

Dengan terpenuhinya sifat-sifat poin (a) sampai (j), dapat disimpulkan bahwa \mathbb{G}^2 merupakan ruang vektor atas lapangan \mathbb{R} .

Contoh untuk sifat ruang vektor poin (b) adalah sebagai berikut.

Contoh 4

Misalkan $M_1 = 1 + 2e_1 + 3e_2 + 4e_1 \wedge e_2$, $M_2 = 1 + 5e_1 + 2e_2 + e_1 \wedge e_2$ dan $M_3 = -1 + 3e_1 - 2e_2 + e_1 \wedge e_2$ merupakan multivektor di \mathbb{G}^2 .

$$\begin{aligned}(M_1 + M_2) + M_3 &= (1 + 1) + (2 + 5)e_1 + (3 + 2)e_2 + (4 + 1)e_1 \wedge e_2 \\ &\quad - 1 + 3e_1 - 2e_2 + e_1 \wedge e_2 \\ &= 2 + 7e_1 + 5e_2 + 5e_1 \wedge e_2 - 1 + 3e_1 - 2e_2 + e_1 \wedge e_2 \\ &= (2 - 1) + (7 + 3)e_1 + (5 - 2)e_2 + (5 + 1)e_1 \wedge e_2 \\ &= 1 + 10e_1 + 3e_2 + 6e_1 \wedge e_2.\end{aligned}$$

Selanjutnya,

$$\begin{aligned}M_1 + (M_2 + M_3) &= 1 + 2e_1 + 3e_2 + 4e_1 \wedge e_2 + (1 - 1) + (5 + 3)e_1 \\ &\quad + (2 - 2)e_2 + (1 + 1)e_1 \wedge e_2 \\ &= 1 + 2e_1 + 3e_2 + 4e_1 \wedge e_2 + 0 + 8e_1 + 0e_2 + 2e_1 \wedge e_2 \\ &= (1 + 0) + (2 + 8)e_1 + (3 + 0)e_2 + (4 + 6)e_1 \wedge e_2 \\ &= 1 + 10e_1 + 3e_2 + 6e_1 \wedge e_2.\end{aligned}$$

Jadi, diperoleh

$$(M_1 + M_2) + M_3 = M_1 + (M_2 + M_3) = 1 + 10e_1 + 3e_2 + 6e_1 \wedge e_2. \quad \blacksquare$$

Contoh untuk sifat ruang vektor poin (c) adalah sebagai berikut.

Contoh 5

Misalkan $M = 2 + 7e_1 + 5e_2 + 5e_1 \wedge e_2$ adalah multivektor di \mathbb{G}^2 , maka

$$\begin{aligned}M + 0 &= 2 + 7e_1 + 5e_2 + 5e_1 \wedge e_2 + 0 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_1 \wedge e_2 \\ &= (2 + 0) + (7 + 0)e_1 + (5 + 0)e_2 + (5 + 0)e_1 \wedge e_2 \\ &= 2 + 7e_1 + 5e_2 + 5e_1 \wedge e_2 \\ &= M;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0 + M &= 0 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_1 \wedge e_2 + 2 + 7e_1 + 5e_2 + 5e_1 \wedge e_2 \\ &= (0 + 2) + (0 + 7)e_1 + (0 + 5)e_2 + (0 + 5)e_1 \wedge e_2 \\ &= 2 + 7e_1 + 5e_2 + 5e_1 \wedge e_2 \\ &= M. \quad \blacksquare\end{aligned}$$

Contoh untuk sifat ruang vektor poin (d) diberikan pada Contoh 6.

Contoh 6

Misalkan $M = 1 - 7e_1 + 3e_2 + 5e_1 \wedge e_2$ dan $-M = -1 + 7e_1 - 3e_2 - 5e_1 \wedge e_2$ adalah multivektor di \mathbb{G}^2 . Multivektor $-M$ merupakan invers dari multivektor M terhadap operasi $+$ di \mathbb{G}^2 , sebab

$$\begin{aligned}M + (-M) &= (1 - 1) + (-7 + 7)e_1 + (3 - 3)e_2 + (5 - 5)e_1 \wedge e_2 \\ &= 0 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_1 \wedge e_2 = 0;\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}(-M) + M &= (-1 + 1) + (7 - 7)e_1 + (-3 + 3)e_2 \\ &\quad + (-5 + 5)e_1 \wedge e_2 \\ &= 0 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_1 \wedge e_2 = 0. \quad \blacksquare\end{aligned}$$

Contoh untuk sifat ruang vektor poin (e) diberikan pada Contoh 7.

Contoh 7

Misalkan $\mathbf{M}_1 = 10 + 2\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$, dan $\mathbf{M}_2 = -7 - 3\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$ merupakan multivektor di \mathbb{G}^2 , maka

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 &= (10 - 7) + (2 - 3)\mathbf{e}_1 + (4 + 4)\mathbf{e}_2 + (2 + 4)\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\ &= 3 - \mathbf{e}_1 + 8\mathbf{e}_2 + 6\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2; \\ \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_1 &= (-7 + 10) + (-3 + 2)\mathbf{e}_1 + (4 + 4)\mathbf{e}_2 + (4 + 2)\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\ &= 3 - \mathbf{e}_1 + 8\mathbf{e}_2 + 6\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2. \end{aligned}$$

Diperoleh $\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_1 = 3 - \mathbf{e}_1 + 8\mathbf{e}_2 + 6\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$. ■

Contoh untuk sifat ruang vektor poin (g) diberikan pada Contoh 8.

Contoh 8.

Misalkan $\mathbf{M} = -1 + 6\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$ adalah multivektor di \mathbb{G}^2 jika -3 dan 2 merupakan skalar riil. Perkalian multivektor \mathbf{M} dengan skalar -3 dan 2 diberikan

$$\begin{aligned} ((-3)(2))\mathbf{M} &= ((-3)(2))(-1 + 6\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\ &= (-6)(-1 + 6\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\ &= (-6)(-1) + (-6)(6)\mathbf{e}_1 + (-6)(-2)\mathbf{e}_2 + (-6)(2)\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\ &= 6 - 36\mathbf{e}_1 + 12\mathbf{e}_2 - 12\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2; \\ (-3)(2\mathbf{M}) &= (-3)(2(-1 + 6\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2)) \\ &= (-3)(-2 + 12\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\ &= 6 - 36\mathbf{e}_1 + 12\mathbf{e}_2 - 12\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2. \end{aligned}$$

Diperoleh $((-3)(2))\mathbf{M} = (-3)(2\mathbf{M}) = 6 - 36\mathbf{e}_1 + 12\mathbf{e}_2 - 12\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$. ■

Contoh untuk sifat ruang vektor poin (h) diberikan pada Contoh 9.

Contoh 9

Misalkan $\mathbf{M}_1 = 1 + 2\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$ dan $\mathbf{M}_2 = 7 - 3\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$ merupakan multivektor di \mathbb{G}^2 , maka

$$\begin{aligned} 4(\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2) &= 4((1 + 7) + (2 - 3)\mathbf{e}_1 + (-4 + 2)\mathbf{e}_2 + (3 + 4)\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\ &= 4(8 - \mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 7\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\ &= 32 - 4\mathbf{e}_1 - 8\mathbf{e}_2 + 28\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2; \\ 4\mathbf{M}_1 + 4\mathbf{M}_2 &= 4(1 + 2\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) + 4(7 - 3\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\ &= 4 + 8\mathbf{e}_1 - 16\mathbf{e}_2 + 12\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 + 28 - 12\mathbf{e}_1 + 8\mathbf{e}_2 + 16\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\ &= 32 - 4\mathbf{e}_1 - 8\mathbf{e}_2 + 28\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2. \end{aligned}$$

Diperoleh $4(\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2) = 4\mathbf{M}_1 + 4\mathbf{M}_2 = 32 - 4\mathbf{e}_1 - 8\mathbf{e}_2 + 28\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$. ■

Contoh untuk sifat ruang vektor poin (i) diberikan pada Contoh 10.

Contoh 10

Misalkan diberikan $\mathbf{M} = 3 + 2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$, yang merupakan multivektor di \mathbb{G}^2 . Jika diberikan skalar -1 dan 4 , maka

$$\begin{aligned} (-1 + 4)\mathbf{M} &= 3(3 + 2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\ &= 9 + 6\mathbf{e}_1 - 9\mathbf{e}_2 + 6\alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2; \\ (-1)\mathbf{M} + 4\mathbf{M} &= (-1)(3 + 2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) + 4(3 + 2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\ &= (-3 - 2\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) + (12 + 8\mathbf{e}_1 - 12\mathbf{e}_2 + 8\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) \\ &= 9 + 6\mathbf{e}_1 - 9\mathbf{e}_2 + 6\alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2. \end{aligned}$$

Diperoleh $(-1 + 4)\mathbf{M} = (-1)\mathbf{M} + 4\mathbf{M} = 9 + 6\mathbf{e}_1 - 9\mathbf{e}_2 + 6\alpha\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$. ■

Contoh untuk sifat ruang vektor poin (j) diberikan pada 11.

Contoh 11.

Misalkan $\mathbf{M} = 13 + 12\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$ merupakan multivektor di \mathbb{G}^2 dan $1 \in \mathbb{R}$, maka

$$\begin{aligned} 1\mathbf{M} &= 1(13 + 12\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) = \\ &= 13 + 12\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \\ &= 13 + 12\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2. \end{aligned}$$

■

4. Kesimpulan

Multivektor merupakan salah satu objek dalam Aljabar Geometri (yang disebut juga Aljabar Clifford). Oleh karena itu, kajian mengenai operasi yang berlaku pada multivektor secara teoritis penting untuk dilakukan. Operasi penjumlahan dan perkalian dengan skalar merupakan operasi dasar dan sederhana di ruang multivektor. Untuk kajian lebih lanjut, dapat dikaji sifat-sifat operasi hasil kali dalam maupun operasi hasil kali luar. Kedua operasi tersebut diperlukan untuk mengkaji hasil kali geometri, yang merupakan perangkat utama dalam Aljabar Geometri. Kajian mendalam serta aplikasi tentang Aljabar Geometri dapat dilihat pada (Doran dan Lasenby, 2003), (Hitzer, 2011), (Lasenby, 2019), (Miller, 2013), serta (Sugon dan McNamara, 2004).

Daftar Pustaka

- Doran, C. dan Lasenby, A. (2013). *Geometry Algebra for Physicists*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Hitzer, E. (2011). Introduction to Clifford's Geometric Algebra, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration* 4(1): 001–011.
- Lasenby, A.N. (2019). Geometric Algebra, Gravity, and Gravitational Waves, *Adv. Appld. Clifford Algebras* 29: 79.
- Laurinolli, T. (2016). *What is Geometric Algebra?* Finland: Note for Galois^{1WEW} club.
- Miller, R.A. (2013). *Geometric Algebra: An Introduction with Applications in Euclidean and Conformal Geometry*. California: San Jose State University.
- Sugon, Jr., Q.M. dan McNamara, D.J. (2004). A Geometric Algebra for Four Kinds of Interactions. *Jour. Nod. Phys.* 7: 92–951.

PENERAPAN MODEL REGRESI LOGISTIK ORDINAL PADA KASUS KETAHANAN PANGAN DI PROVINSI JAWA TENGAH

Jajang^{*)}, Supriyanto, dan Dina Rosalina

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman
jajang@unsoed.ac.id^{*)}

Abstrak. Ketahanan pangan diukur berdasarkan aspek ketersediaan, akses dan penyerapan pangan. Ketahanan pangan di Jawa Tengah menunjukkan kondisi yang baik. Ditinjau dari aspek ketersediaan pangan, Jateng mampu menyediakan pangan secara mandiri. Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang memengaruhi indeks ketahanan pangan di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2018 menggunakan model regresi logistik ordinal. Kabupaten dan kota di Provinsi Jawa Tengah masuk dalam menjadi tiga status, yaitu sangat tahan pangan, tahan pangan, dan rawan pangan. Oleh karena itu regresi logistik ordinal merupakan model yang relevan. Berdasarkan hasil regresi logistik ordinal jumlah penduduk, angka harapan hidup dan persentase rumah tangga dengan akses air bersih berpengaruh secara signifikan terhadap indeks ketahanan pangan. Ketiganya signifikan dalam memengaruhi status ketahanan pangan, yaitu variabel jumlah penduduk, angka harapan hidup (AHH) dan persentase rumah tangga dengan akses air bersih ditingkatkan. Namun demikian jumlah penduduk merupakan variabel yang sangat signifikan, dengan *odds ratio* 0,033. Jika ada kabupaten atau kota di Jawa Tengah jumlah penduduknya naik satu satuan maka status kemungkinan masuk kategori ketahanan pangan di bawahnya akan 30 kali lipat dibanding jumlah penduduk yang relatif tetap.

Kata Kunci: Ketahanan Pangan, Regresi Logistik Ordinal, *Odds Ratio*

Abstract. *Food security is measured based on the aspects of food availability, access, and absorption. Food security in Central Java shows good condition. In terms of food availability, Central Java can provide food independently. This study aims to identify the factors that affect the food security index in Central Java*

Province in 2018 using an ordinal logistic regression model. Districts and cities in Central Java Province are included in three resilience statuses, namely very food insecure, food insecure, and food insecure. Therefore, ordinal logistic regression is a relevant model. Based on the results of the ordinal logistic regression of population, life expectancy and the percentage of households that have access to clean water have a significant effect on the food security index. Three that significantly affect the status of food security, namely the variable population, life expectancy (AHH) and the percentage of households with increased access to clean water. However, population is a very significant variable, with an odds ratio of 0.033. If there is a district or city in Central Java whose population increases by one unit, then the status of the possibility of entering the food security category below will be 30 times higher than the relatively fixed population.

Keywords: Food Security, Ordinal Logistic Regression, Odds Ratio

1. Pendahuluan

Menurut Undang-undang No.7 Tahun 1996 tentang pangan, ketahanan pangan didefinisikan sebagai kondisi terpenuhinya pangan bagi setiap masyarakat yang tercermin dari tersedianya pangan yang cukup, baik jumlah maupun mutunya, aman, merata dan terjangkau. Berdasarkan LKJiP Provinsi Jawa Tengah tahun 2018 potensi kerawanan pangan di Jawa Tengah masih cukup tinggi dan alih fungsi lahan pertanian merupakan ancaman terhadap pencapaian ketahanan pangan. Kualitas dan kuantitas konsumsi pangan sebagian besar masih rendah. Harsatriadi (2015) menyebutkan bahwa ketahanan pangan umumnya merupakan capaian peningkatan ketersediaan pangan dengan lingkup wilayah nasional, sasaran utamanya adalah komoditas pangan dari produk pertanian. Menurut Dinas Ketahanan Pangan (2019), ketahanan pangan di Provinsi Jawa Tengah diklasifikasikan menjadi enam status ketahanan pangan. Beberapa penelitian yang telah dilakukan terkait dengan ketahanan pangan antara lain Wulandari dan Taryono (2016) dan Murdiyanto (2018).

Mengacu pada latar belakang dan beberapa penelitian sebelumnya mengenai ketahanan pangan penulis tertarik untuk mengetahui faktor apa saja yang berpengaruh terhadap ketahanan pangan dengan menggunakan metode regresi logistik ordinal, karena ketahanan pangan di kategorikan

menjadi enam kategori dan Provinsi Jawa Tengah masuk ke dalam tiga kategori ketahanan pangan tersebut.

Bulog menyebutkan bahwa dalam UU No. 18 Tahun 2012, ada tiga pilar dalam ketahanan pangan yaitu ketersediaan (*availability*), keterjangkauan (*accessibility*) baik secara fisik maupun ekonomi dan stabilitas (*stability*). Aspek ketersediaan pangan memuat aspek produksi, serta keseimbangan antar impor dan ekspor pangan. Ketersediaan pangan harus dijaga kestabilannya meskipun produksi pangan bersifat musiman, terbatas dan tersebar di wilayah Indonesia. Aspek akses pangan adalah kondisi suatu rumah tangga memiliki sumber daya yang cukup untuk mendapatkan makanan yang tepat dan bergizi. Hal tersebut bergantung pada modal, tenaga kerja dan pengetahuan terhadap harga pangan. Untuk memenuhi kebutuhan pangan rumah tangga harus menghasilkan pendapatan yang cukup. Aspek penyerapan pangan menyangkut pada kemampuan masyarakat agar mempunyai pemahaman tentang pangan, gizi dan kesehatan yang baik, sehingga dapat mengelola konsumsinya dengan baik. Konsumsi pangan harus memperhatikan asupan pangan yang cukup, bergizi dan seimbang sesuai kebutuhan tubuh manusia agar terciptanya manusia yang sehat, kuat, cerdas dan produktif.

Status ketahanan pangan yang terbentuk dari indeks ketahanan pangan selanjutnya dikelompokkan menjadi 6 kategori dan diberikan bobot 1 sampai 6 sebagai skala prioritas dari status yang sangat tahan pangan sampai status ketahanan pangan yang sangat rawan pangan. Sangat Tahan Pangan, Tahan Pangan, Rentan Rawan Pangan, Sangat Rentan Rawan Pangan, Rawan Pangan dan Sangat Rawan Pangan. Lebih lanjut skala ini dapat dikategorikan ke dalam skala ordinal. Oleh karena itu model yang relevan untuk kasus ini adalah regresi logistik ordinal.

Mengacu kepada beberapa hal yang terkait dengan urgensi ketahanan pangan, dan tipe variabel yang relevan untuk dianalisis, maka tujuan dari penelitian ini adalah bagaimana memodelkan status ketahanan pangan di Provinsi Jawa Tengah dan menentukan faktor-faktor signifikan melalui regresi logistik ordinal.

2. Metode Penelitian

2.1 Data

Data yang digunakan adalah data IKP di Provinsi Jawa Tengah dengan 29 kabupaten dan 6 kota pada tahun 2018 dan

variabel-variabel yang mempengaruhinya. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah satu variabel respon dan enam variabel prediktor. Variabel respon yang digunakan adalah IKP Provinsi Jawa Tengah tahun 2018 (Y). Variabel prediktor yang digunakan adalah jumlah penduduk (x_1), persentase penduduk miskin (x_2), indeks pembangunan manusia (x_3), angka harapan hidup (x_4) dan persentase rumah tangga dengan akses air bersih (x_5).

2.2 Indeks Ketahanan Pangan

Status ketahanan pangan yang terbentuk dari indeks ketahanan pangan selanjutnya dikelompokkan menjadi 6 kategori dan diberikan bobot 1 sampai 6 sebagai skala prioritas dari status yang sangat tahan pangan sampai status ketahanan pangan yang sangat rawan pangan.

Tabel 1. Tabel Kategori Indeks Ketahanan Pangan

Indeks Ketahanan Pangan		Status Ketahanan Pangan	Bobot
Kabupaten	Kota		
$IKP \geq 75,68$	$IKP \geq 70,64$	Sangat Tahan Pangan	1
$75,68 \leq IKP \leq 67,75$	$70,64 \leq IKP \leq 61,13$	Tahan Pangan	2
$67,75 \leq IKP \leq 59,58$	$61,13 \leq IKP \leq 51,29$	Rentan Rawan Pangan	3
$59,58 \leq IKP \leq 51,42$	$51,29 \leq IKP \leq 41,44$	Sangat Rentan Rawan Pangan	4
$51,42 \leq IKP \leq 41,52$	$41,44 \leq IKP \leq 28,84$	Rawan Pangan	5
$IKP \leq 41,52$	$IKP \leq 28,84$	Sangat Rawan Pangan	6

Sumber: Dinas Ketahanan Pangan 2018.

2.3 Regresi logistik ordinal

Regresi logistik terdiri dari regresi logistik biner dengan variabel respon dikotomi 0 dan 1, regresi logistik multinomial merupakan regresi dengan variabel responnya lebih dari dua kategori dan regresi logistik ordinal merupakan regresi logistik dengan variabel respon berupa kategori berskala ordinal (Hosmer dan Lemeshow, 2013). Jika variabel respon Y mempunyai j kategori yaitu $0, 1, 2, \dots, r-1$ dengan peluang terjadinya kategori ke- j adalah $\pi_j(x) = P(Y = j|x)$, maka model regresi logistik ordinal untuk kategori ke- j adalah

$$\pi_j(x) = \frac{e^{\beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k}}{1 + \sum_{j=0}^{j-1} e^{\beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k}} \quad (1)$$

dengan x_k adalah nilai pengamatan dari variabel prediktor ke- k dan β_{jk} parameter untuk variabel prediktor ke- k untuk kategori ke- j .

Regresi logistik ordinal yaitu peluang kurang dari atau sama dengan kategori respon ke- j pada p variabel prediktor yang dinyatakan dalam vektor x_i adalah $P(Y \leq j | x_i)$, peluang lebih besar dari kategori respon ke- j pada p variabel prediktor $P(Y > j | x_i)$ (Hosmer dan Lemeshow, 2013).

$$\text{Logit } P(Y \leq j | x_i) = \ln \left(\frac{P(Y \leq j | x_i)}{1 - P(Y \leq j | x_i)} \right) = \beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k. \quad (2)$$

Peluang kumulatif, $P(Y \leq j | X_i)$, dapat didefinisikan sebagai berikut (Hosmer dan Lemeshow, 2013):

$$P(Y \leq j | X_i) = \frac{e^{\beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k}}{1 + e^{\beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k}}.$$

Jika terdapat r kategori, $j = 1, 2, \dots, r$ maka peluang kumulatif dari respon ke- j adalah sebagai berikut:

$$P(Y \leq j | X_i) = \begin{cases} \frac{e^{\beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k}}{1 + e^{\beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k}} & ; j = 1 \\ \frac{e^{\beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k}}{1 + e^{\beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k}} - \frac{e^{\beta_{0j-1} + \sum_{k=1}^p \beta_{j-1k} x_k}}{1 + e^{\beta_{0j-1} + \sum_{k=1}^p \beta_{j-1k} x_k}} & ; j = r - 1 \\ 1 - \frac{e^{\beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k}}{1 + e^{\beta_{j0} + \sum_{k=1}^p \beta_{jk} x_k}} & ; j = r. \end{cases} \quad (3)$$

2.4 Estimasi parameter

Menurut Klein dan Kleinbaum (2005) fungsi *likelihood* adalah fungsi dari parameter-parameter β yang tidak diketahui nilainya yang menggambarkan probabilitas bersama dari data observasi. Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) dapat digunakan untuk estimasi parameter model regresi logistik ordinal. Estimasi parameter model dengan metode MLE adalah mencari estimator sedemikian sehingga nilai fungsi *likelihood*-nya maksimum. Fungsi *likelihood* untuk regresi logistik ordinal jika diberikan sampel berukuran n ($i = 1, 2, \dots, n$) adalah:

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^n \pi_1(x_i)^{y_{1i}} \pi_2(x_i)^{y_{2i}} \dots \pi_r(x_i)^{y_{ri}}. \quad (4)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, r - 1$. Untuk menyederhanakan dalam menentukan masalah maksimalisasi fungsi, selanjutnya dilakukan transformasi \ln pada fungsi *likelihood* tersebut:

$$l(\beta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r y_{ij} \ln \pi_j(x_i). \quad (5)$$

Turunan parsial pertama dari fungsi *log-likelihood* terhadap parameter β_{0j} dan $\beta_k, k = 1, 2, \dots, p$ berturut-turut adalah

$$\frac{\partial \ln(\beta)}{\partial \beta_{0j}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r y_{ij} \frac{1}{\pi_j(x_i)} \cdot \frac{\partial}{\partial \beta_{0j}} \pi_j(x_i). \quad (6)$$

$$\frac{\partial \ln(\beta)}{\partial \beta_{0k}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r y_{ij} \frac{1}{\pi_j(x_i)} \cdot \frac{\partial}{\partial \beta_{0k}} \pi_j(x_i), \quad (7)$$

Persamaan (6) dan (7) merupakan persamaan non linier yang solusi eksaknya tidak mudah diperoleh. Oleh karena itu, untuk menentukan estimator parameter, maka dicari dengan metode *Newton-Raphson* (NR).

2.4 Interpretasi

Interpretasi hasil regresi merupakan hal penting karena dapat memberikan gambaran keterkaitan model dan fakta. Dalam menginterpretasikan, perlu juga diselidiki uji-uji yang sesuai. Secara umum ada dua uji yang sering digunakan uji secara serentak untuk mengetahui seberapa signifikan hubungan antara koefisien β terhadap variabel respon secara bersama-sama. Statistic uji yang digunakan adalah statistic uji G, yaitu $G^2 = -2 \ln \left[\frac{l_0}{l_1} \right]$, dengan

$$l_0 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{0i} \right)^{\sum_{i=1}^n y_{0i}} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{1i} \right)^{\sum_{i=1}^n y_{1i}} \dots \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{(j-1)i} \right)^{\sum_{i=1}^n y_{(j-1)i}},$$

dan

$$l_1 = \prod_{i=1}^n \pi_{0i}^{y_{0i}} \pi_{1i}^{y_{1i}} \dots \pi_{(j-1)i}^{y_{(j-1)i}}, \text{ dengan } \pi_{ji} = \pi_j(x_i), j = 0, 1, \dots, j - 1.$$

Menurut Hosmer dan Lemeshow (2013) daerah penolakan H_0 adalah jika $G^2 > X_{(\alpha, df)}^2$ dengan derajat bebas v , dimana v adalah jumlah variabel prediktor. Statistik uji G ini mengikuti distribusi *Chi-square* dengan derajat bebas p .

Sedangkan uji parsial dilakukan untuk melihat pengaruh seberapa signifikan hubungan antara koefisien β terhadap variabel respon secara individu. Statistic yang digunakan adalah $Z^2 = \left(\frac{\hat{\beta}_{ki}}{SE(\hat{\beta}_{ki})}\right)^2$, tolak H_0 jika $Z^2 > X_{\alpha/2}^2$ atau $p - value < \alpha$. Setelah mendapatkan informasi kebermaknaan setiap variabel, selanjutnya dilakukan pengecekan terhadap kesesuaian model. Uji ini dilakukan untuk mengetahui kesesuaian suatu model, apakah model yang diperoleh sesuai untuk menjelaskan data atau tidak. Statistik uji yang digunakan untuk menguji kesesuaian model regresi logistik ordinal yaitu uji statistik *deviance* (Rachman dan Purnami, 2012). Statistik uji yang digunakan

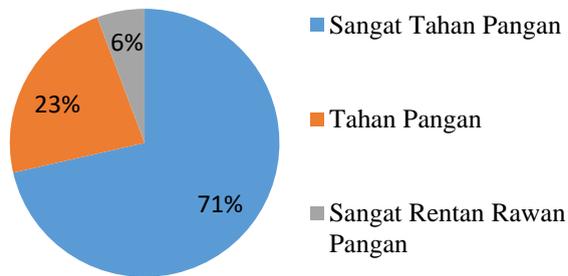
$$D = -2 \sum_{i=1}^n \left[y_{ij} \ln \left(\frac{\pi_{ij}}{y_{ij}} \right) + (1 - y_{ij}) \ln \left(\frac{1 - \pi_{ij}}{1 - y_{ij}} \right) \right] \quad (8)$$

Dengan π_{ij} merupakan peluang observasi ke- i dengan kategori ke- j . Daerah penolakan H_0 adalah jika $D > X_{df}^2$. Setelah mendapatkan informasi-informasi kebermaknaan variabel sampai kesesuaian model, tahap terakhir adalah interpretasi model. Interpretasi model regresi logistik ordinal menggunakan *odds ratio*. *Odds ratio* bagi variabel prediktor diartikan sebagai jumlah relatif dimana peluang hasil meningkat atau turun ketika nilai variabel prediktor meningkat sebesar 1 satuan. Harlan (2018) menyebutkan untuk prediktor kontinu, *odds ratio* dihitung sebagai *odds* untuk dua keadaan dengan perubahan 1 satuan variabel prediktor, dengan asumsi rasio ini konstan di sepanjang perubahan nilai variabel prediktor. Untuk model regresi logistik dengan p variabel independen *odds ratio* dapat dihitung untuk masing-masing variabel prediktor dengan menggunakan $OR_j = e^{\beta_j}$, dengan j adalah indeks variabel j .

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Deskripsi status ketahanan pangan dan faktor yang mempengaruhinya

Deskripsi ketahanan pangan menurut klasifikasinya disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. *Pie Chart* Status Ketahanan Pangan Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah 2018

Provinsi Jawa Tengah terdiri atas 35 kabupaten/kota dengan rincian sebanyak 29 kabupaten dan 6 kota. Dari status ketahanan pangan 35 kabupaten/kota seperti pada Gambar 4.1, sebanyak 71% kabupaten/kota di Jawa Tengah status ketahanan pangannya adalah sangat tahan pangan, sebanyak 23% dengan status tahan pangan dan 6% kabupaten/kota yang status ketahanan pangannya masih sangat rentan rawan pangan.

Pada Tabel 2 ditampilkan kabupaten/kota mana saja yang termasuk ke dalam tiga status ketahanan pangan.

Tabel 2. Tabel Status Ketahanan Pangan

Status Ketahanan Pangan	Kabupaten/Kota
Sangat Tahan Pangan	Cilacap, Purworejo, Wonosobo, Magelang, Boyolali, Klaten, Sukoharjo, Wonogiri, Karanganyar, Sragen, Grobogan, Blora, Rembang, Pati, Kudus, Jepara, Demak, Semarang, Temanggung, Kendal, Batang, Kota Magelang, Kota Surakarta, Kota Salatiga dan Kota Semarang.
Tahan Pangan	Banyumas, Purbalingga, Banjarnegara, Kebumen, Pekalongan, Pemalang, Tegal dan Brebes.
Rentan Rawan Pangan	Kota Pekalongan dan Kota Tegal.

Deskripsi jumlah penduduk menunjukkan banyaknya orang yang menetap atau tinggal di suatu kabupaten/kota. Jumlah penduduk Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2018 menurut status ketahanan pangan disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Jumlah Penduduk

Status Ketahanan Pangan	Jumlah Penduduk	
	Orang	Persen
Sangat Tahan Pangan	23.788.061	68,97
Tahan Pangan	10.149.328	29,43
Rentan Rawan Pangan	553.480	1,60
Total	34.490.869	100

Sumber: Badan Pusat Statistik.

Pada Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa penduduk sudah mendominasi status sangat tahan pangan sebesar 68,97%, kemudian sebesar 29,43% penduduk Provinsi Jawa Tengah sudah tahan pangan dan hanya sebesar 1,60% penduduk masih rentan rawan pangan.

Persentase penduduk miskin adalah persentase penduduk yang memiliki rata-rata pengeluaran perkapita perbulan dibawah garis kemiskinan (Tabel 4). Dari 35 kabupaten/kota di Jawa Tengah tahun 2018 rata-rata penduduk miskinnya adalah sebesar 10,90%. Dengan Kabupaten Wonosobo menempati kabupaten/kota yang paling tinggi penduduk miskin dan Kota Semarang paling sedikit penduduk miskinnya hanya 4,14% nya saja.

Tabel 4. Persentase Penduduk Miskin

Status Ketahanan Pangan	Persentase Penduduk Miskin	
	Persen	Persen
Sangat Tahan Pangan	253,68	66,50
Tahan Pangan	113,27	29,69
Rentan Rawan Pangan	14,56	3,81
Total	381,51	100

Sumber: Badan Pusat Statistik.

Pada Tabel 4.3 dapat dilihat sebanyak 66,50% penduduk miskin di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2018 masih sangat tahan pangan, kemudian sebesar 29,69% penduduknya yang tahan pangan dan 3,81% penduduk miskin yang rentan tahan pangan. Deskripsi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) menurut klasifikasi status ketahanan pangan disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

Status Ketahanan Pangan	Indeks Pembangunan Manusia	
	Angka	Persen
Sangat Tahan Pangan	1.821,44	72,48
Tahan Pangan	542,70	21,61
Rentan Rawan Pangan	148,68	5,91
Total	2.512,82	100,00

Sumber: Badan Pusat Statistik.

Berdasarkan Tabel 5 terlihat bahwa indeks ketahanan pangan di Provinsi Jawa Tengah sebesar 72,48% wilayahnya sudah sangat tahan pangan, kemudian sebesar 21,61% tahan pangan dan rentan rawan pangan sebesar 5,91%. IPM sebesar 2.512,82, dengan IPM terbesar 82,72 yaitu Kota Semarang dan yang terendah adalah Kabupaten Pemalang sebesar 65,67.

Deskripsi Angka harapan hidup (AHH) menurut status ketahanan pangan disajikan pada Tabel 6. AHH paling tinggi sebesar 77,54 berada di Kabupaten Sukoharjo dan paling minimum di Kabupaten Brebes Sebesar 68,84.

Tabel 6. Angka Harapan Hidup (AHH)

Status Ketahanan Pangan	Angka Harapan Hidup	
	Tahun	Persen
Sangat Tahan Pangan	1.884,31	72,11
Tahan Pangan	580,21	22,20
Rentan Rawan Pangan	148,55	5,69
Total	2.613,07	100,00

Sumber: Badan Pusat Statistik.

Berdasarkan table 6, AHH sebesar 72,11% angka harapan hidupnya sudah termasuk kedalam status sangat tahan pangan, diikuti oleh status tahan pangan sebesar 22,20% dan sebesar 5,69% masuk kedalam statu rentan rawan pangan.

Deskripsi Persentase rumah tangga dengan akses air bersih (RTAAB) menyajikan persentase rumah tangga yang memiliki akses terhadap air bersih di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2018 dengan rata-rata sebesar 79,35% rumah tangga sudah mendapatkan akses terhadap air bersih (Yabel 7)

Tabel 7. Persentase Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih

Status Ketahanan Pangan	Rumah Tangga dengan Akses Air Bersih	
	Persen	Persen
Sangat Tahan Pangan	2.034,19	73,24
Tahan Pangan	573,59	20,65
Rentan Rawan Pangan	169,63	6,11
Total	2.777,41	100,00

Sumber: Badan Pusat Statistik.

Kota Tegal memiliki persentase paling besar yaitu sebanyak 99,5% rumah tangganya sudah mendapatkan akses terhadap air bersih dan Kabupaten Kebumen hanya 61,91% rumah tangga yang dapat akses terhadap air bersih. Sebanyak 73,24% rumah tangga di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2018 sudah mendapatkan akses terhadap air bersih dan termasuk kedalam status sangat tahan pangan, sebesar 20,63% masuk kedalam status tahan pangan dan yang masuk kedalam rentan rawan pangan sebesar 6,11%.

3.2 Analisis regresi logistik ordinal

Pentingnya informasi terkait dengan hubungan indeks ketahanan pangan yang terklasifikasi secara terurut dan faktor-faktor penentunya, perlu dilakukan dan dibentuk model yang relevan. Model regresi logistik ordinal merupakan salah satu model yang relevan untuk kasus ini. Beberapa analisis terkait dengan model regresi logistik ordinal adalah keberadaan interaksi antar faktor yang diukur dengan multikolinieritas. Statistik uji yang digunakan untuk menguji multikolinieritas adalah *variance inflation factor* (VIF). Nilai VIF setiap variabel disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8. Tabel Hasil Uji Multikolinieritas dengan Variabel Bebas

Variabel	Collinearity Statistics		Keputusan
	Tolerance	VIF	
x_1	0,197	5.079	Tidak terjadi multikolinieritas
x_2	0,434	2.304	Tidak terjadi multikolinieritas
x_3	0,235	4.347	Tidak terjadi multikolinieritas
x_4	0,339	2.952	Tidak terjadi multikolinieritas
x_5	0.636	1.573	Tidak terjadi multikolinieritas

Berdasarkan table 8, asumsi tidak terjadinya multikolinieritas telah terpenuhi ($VIF < 10$). Setelah pengujian VIF, berikutnya adalah memodelkannya dengan regresi logistik ordinal.

Uji serentak pengaruh variabel prediktor secara bersama-sama terhadap variabel respon diperoleh nilai Statistik uji yang digunakan adalah statusuk uji $G = 33,607$ ($p - value = 0,003$), nilai *Chi-square* padaderajat bebas 5 adalah 18,280 ($\alpha = 0,05$), sehingga Tolak H_0 . Hasil uji serentak untuk setiap variabel disajikan pada Tabel 9.

Tabel 9 Hasil Estimasi Parameter

Variabel	<i>Estimate</i>	Standar Error	Df	Signifikansi
SKP = 1	-102,317	34,095	1	0,003
SKP = 2	-99,341	33,623	1	0,003
x_1	-0,008	0,006	1	0,043
x_2	-0,121	0,172	1	0,482
x_3	0,117	0,217	1	0,589
x_4	-1.303	0,469	1	0,006
x_5	-0,133	0,063	1	0,036

Tabel 9 menunjukkan hasil analisis regresi logistik ordinal dalam menentuka model regresi. Pada tabel tersebut terdapat variabel yang tidak signifikan yaitu persentase penduduk miskin (x_2) dan IPM (x_3) karena nilai $p - value > 0,05$ sehingga terdapat tiga variabel yang signifikan yaitu jumlah penduduk (x_1), angka harapan hidup (AHH) (x_4) dan persentase rumah tangga dengan akses air bersih (RTAAB) (x_5). Berdasarkan hasil variabel yang signifikan dapat dibentuk model logit dari regresi logistik ordinal sebagai berikut:

$$f_1(x) = -102,317 - 3,299x_1 - 1,303x_4 - 0,133x_5 \quad (9)$$

$$f_2(x) = -99,341 - 3,299x_1 - 1,303x_4 - 0,133x_5 \quad (10)$$

dengan $f_1(x)$ merupakan estimasi fungsi logit untuk variabel sangat tahan pangan ($Y = 1$) dan $f_2(x)$ merupakan estimasi fungsi logit untuk variabel tahan pangan ($Y = 2$).

Uji kesesuaian model (*Goodness of Fit*) dilakukan untuk melihat apakah model regresi logistik ordinal yang didapat layak untuk digunakan atau tidak. Hasil uji kesesuaian disajikan pada Tabel 10.

Tabel 10 Hasil Uji *Deviance*

	<i>Chi-square</i>	df
Pearson	66,080	63
Deviance	33,607	63

Berdasarkan tabel 10, diperoleh nilai *deviance* sebesar 33,607 serta nilai *P – value* = 0,999 maka dapat model logit yang diperoleh layak untuk digunakan dengan tingkat kepercayaan 95%.

3.3 Interpretasi model

Model terbaik diperoleh dengan tiga variabel prediktor yaitu jumlah penduduk (x_1), angka harapan hidup (AHH) (x_2) dan persentase rumah tangga dengan akses air bersih (RTAAB) (x_3). Dapat dilihat pada Tabel 11.

Tabel 11. Hasil Estimasi Parameter Signifikan

Variabel	<i>Estimate</i>	Standar Error	Df	Signifikansi
SKP = 1	-88,948	29,808	1	0,003
SKP = 2	-86,217	29,463	1	0,003
x_1	-0,008	0,004	1	0,033
x_4	-1,052	0,370	1	0,005
x_5	-0,109	0,058	1	0,059

dapat dibentuk dua fungsi logit dengan variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan untuk model akhir regresi logistik ordinal adalah sebagai berikut:

$$f_1(x) = -88,948 - 3,499(x_1) - 1,052(x_2) - 0,109(x_3) \quad (11)$$

$$f_2(x) = -86,217 - 3,499(x_1) - 1,052(x_2) - 0,109(x_3) \quad (12)$$

dengan $f_1(x)$ merupakan estimasi fungsi logit untuk variabel sangat tahan pangan ($Y = 1$) dan $f_2(x)$ merupakan estimasi fungsi logit untuk variabel tahan pangan ($Y = 2$).

Setelah mendapatkan model terbaik selanjutnya didapatkan nilai *odds ratio* untuk masing-masing variabel prediktor. Berdasarkan Tabel 12 nilai *odds ratio* variabel jumlah penduduk (x_1) sebesar 0,033, artinya ketika jumlah penduduk naik satu satuan, maka akan menaikkan status sebesar 0,033 kali daripada status dibawahnya. Dikarenakan klasifikasi status mengacu kepada peringkat paling baik dengan skor 1 dan

berikutnya ke peringkat berkurang baik dengan skor besar, maka perlu hati-hati dalam interpretasi. Hal ini dapat diinterpretasikan secara sederhana bahwa jika sebuah kabupaten di Jawa Tengah dimana jumlah penduduknya naik satu satuan maka status kemungkinan masuk kategori ketahanan pangan dibawahnya akan 30 kali lipat dibanding jumlah penduduk yang relatif tetap. Untuk hal yang sama dapat diinterpretasikan dengan cara yang sama.

Tabel 12. Nilai *Odds Ratio*

Variabel	<i>Estimate</i>	<i>Odds Ratio</i>
SKP = 1	-88,948	
SKP = 2	-86,217	
x_1	-0,008	0,033
x_4	-1,052	0,349
x_5	-0,109	0,896

4. Kesimpulan

Model regresi logistik ordinal pada data indeks ketahanan pangan di Jawa Tengah tahun 2018 yaitu sebagai berikut:

$$\pi_1(x) = \frac{e^{(-88,948-3,499x_1-1,052x_4-0,109x_5)}}{1 + e^{(-88,948-3,499x_1-1,052x_4-0,109x_5)}}.$$

$$\pi_2(x) = \frac{e^{(-86,217-3,499x_1-1,052x_4-0,109x_5)}}{1 + e^{(-86,217-3,499x_1-1,052x_4-0,109x_5)}}.$$

$$\pi_3(x) = 1 - \left(\frac{e^{(-88,948-3,499x_1-1,052x_4-0,109x_5)}}{1+e^{(-88,948-3,499x_1-1,052x_4-0,109x_5)}} + \frac{e^{(-86,217-3,499x_1-1,052x_4-0,109x_5)}}{1+e^{(-86,217-3,499x_1-1,052x_4-0,109x_5)}} \right).$$

Dari ketiga model regresi logistik ordinal nilai koefisien regresi yang diperoleh untuk variabel x_1 sebesar -3,499, x_4 sebesar -1,052 dan x_5 sebesar -0,109. Dari faktor-faktor yang diteliti, yang berpengaruh secara signifikan terhadap indeks ketahanan pangan di Jawa Tengah tahun 2018, yaitu jumlah penduduk, angka harapan hidup (AHH) dan persentase rumah tangga dengan akses air bersih (RTAAB).

Dari ketiga faktor yang berpengaruh secara signifikan adalah jumlah penduduk (x_1) karena memiliki nilai *odds ratio* paling tinggi yaitu 0,033. Hal ini dapat diinterpretasikan secara

sederhana bahwa jika sebuah kabupaten di Jawa Tengah dimana jumlah penduduknya naik satu satuan maka status kemungkinan masuk kategori ketahanan pangan dibawahnya akan 30 kali lipat dibanding jumlah penduduk yang relatif tetap.

Daftar Pustaka

- Badan Ketahanan Pangan. Diakses pada Maret 8, 2019 dari <http://bkp.pertanian.go.id/>.
- Bulog. *Perum BULOG: Pengertian Ketahanan Pangan*. Diakses pada Maret 8, 2019 dari <http://www.bulog.co.id/ketahananpangan.php>
- Dinas Ketahanan Pangan. (2019). *Buku Peta Ketahanan Pangan dan Kerentanan Pangan 2018*. Jakarta.
- Dinas Pertanian dan Perkebunan. 2018. *Laporan Kinerja Instansi Pemerintah (LKJiP) 2017 Provinsi Jawa Tengah*. Ungaran: Dinas Pertanian dan Perkebunan Prov. Jateng.
- Dinas Pertanian dan Perkebunan. 2019. *Laporan Kinerja Instansi Pemerintah (LKJiP) 2018 Provinsi Jawa Tengah*. Ungaran: Dinas Pertanian dan Perkebunan Prov. Jateng.
- Harlan, J., (2018). *Analisis Regresi Logistik*. Edisi 1. Depok: Penerbit Gunadarma.
- Harsatriadi, Y.S. (2015). *Ketahanan Pangan di Indonesia*. Jakarta: Pusat Data dan Informasi Kementerian Kesehatan RI.
- Hosmer, D.W., dan Lemeshow, S. (2013). *Applied Logistic Regression. 3rd Edition*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Kementerian Pertanian Republik Indonesia. Diakses pada Maret 8, 2019 dari <https://www.pertanian.go.id/>.
- Kleinbaum, D.G. dan Klein, M. (2010). *Logistic Regression: A Self Learning Text. 3rd Edition*. New York: Springer.
- Murdiyanto, A. R. (2018). Analisis Faktor-faktor yang mempengaruhi Ketahanan Pangan Beras di Kabupaten Rembang. *Skripsi*. Fakultas Ekonomi, Yogyakarta: Universitas Islam Indonesia.
- Rachman, F., dan Purnami, S.W. (2012). Perbandingan Klasifikasi Tingkat Keganasan Breast Cancer dengan Menggunakan Regresi Logistik Ordinal dan *Support Vector Machine (SVM)*. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 1(1): D130-D135.
- Undang-Undang Dasar Negara Republik Indonesia Tahun 1945. Diakses pada Maret 8, 2019 dari <https://jdih.kemenkeu.go.id/fullText/1945/UUDTAHUN~1945UUD.HTM>.

Undang-Undang Republik Indonesia Nomor & Tahun 1996
Tentang Pangan. Diakses pada Maret 8, 2019 dari
<https://peraturan.bpk.go.id/Home/Details/46097/uu-no-7-tahun-1996>.

Wulandari, M., dan Taryono, I.H. (2016). Analisis Tingkat
Ketahanan Pangan Terhadap Kerawanan Pangan di
Kabupaten Jombang Tahun 2015. *Skripsi*. Fakultas
Geografi. Surakarta: Universitas Muhammadiyah
Surakarta.

PENURUNAN PERSAMAAN OPSI JUAL CASH-OR-NOTHING DAN CONTOH APLIKASINYA

Astrid Sulistya Azahra¹⁾, Agung Prabowo^{1,*}, Ari Wardayani¹⁾, Supriyanto¹⁾, dan Slamet Riyadi²⁾

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman

²⁾ Jurusan Bahasa Inggris, Fakultas Ilmu Budaya, Universitas Jenderal
Soedirman

agung.prabowo@unsoed.ac.id^{*})

Abstrak. Opsi adalah sebuah perjanjian atau kontrak yang memberikan hak bukan kewajiban kepada pemegang opsi untuk membeli atau menjual sejumlah *asset* tertentu pada harga dan periode waktu tertentu. Harga opsi dapat ditentukan menggunakan persamaan Black-Scholes dengan mengasumsikan opsi yang digunakan adalah opsi tipe Eropa. Opsi yang digunakan pada penelitian ini adalah opsi beli, opsi jual dan opsi jual *cash-or-nothing*. Pada artikel ini membahas penurunan persamaan Black-Scholes untuk opsi beli dan opsi jual, penurunan opsi jual *cash-or-nothing* dan aplikasinya. Persamaan Black-Scholes dapat diturunkan dengan menggunakan asumsi bahwa harga saham berdistribusi lognormal. Hasil perhitungan pada asuransi pertanian dengan menggunakan opsi jual *cash-or-nothing* menunjukkan bahwa semakin besar nilai *trigger* curah hujan maka semakin besar premi yang harus dibayarkan petani.

Kata Kunci: Black-Scholes, distribusi lognormal, opsi.

Abstract. *An option is an agreement or contract that gives the option holder the right, not the obligation, to buy or sell a certain number of assets at a certain price and period of time. The option price can be determined using the Black-Scholes equation assuming the option used is a European type option. The options used in this study are the buy option, the put option and the cash-or-nothing sell option. In this article, we discuss the derivation of the Black-Scholes equation for call and put option, the derivation of cash-or-nothing put option and their applications. The Black-Scholes equation can be derived using the assumption that stock prices have a lognormal distribution. The calculation results on agricultural insurance using the*

cash-or-nothing sell option show that the greater the rainfall trigger value, the greater the premium insurance that must be paid by farmers.

Keywords: Black-Scholes, lognormal distribution, option.

1. Pendahuluan

Ilmu matematika dalam perkembangannya sudah banyak diterapkan pada berbagai bidang, salah satunya adalah pada bidang investasi. Pada investasi, seorang investor dapat membeli langsung *asset* yang diperdagangkan di pasar keuangan atau dapat juga membeli *asset* derivatif. Salah satu produk derivatif yang banyak digunakan adalah opsi.

Opsi adalah sebuah perjanjian atau kontrak yang memberikan hak bukan kewajiban kepada pemegang opsi untuk membeli atau menjual sejumlah *asset* tertentu pada harga dan periode waktu tertentu. Menurut Luenberger (1998), waktu penggunaan opsi dibagi menjadi dua yaitu opsi tipe Amerika dan opsi tipe Eropa. Opsi tipe Amerika adalah opsi yang dapat digunakan sebelum atau pada saat tanggal jatuh tempo sedangkan opsi tipe Eropa adalah opsi yang dapat digunakan hanya pada saat tanggal jatuh tempo. Sementara itu, berdasarkan fungsinya adalah opsi beli dan opsi jual. Opsi beli adalah suatu opsi yang memberikan hak bukan kewajiban untuk membeli suatu *asset* tertentu pada harga dan periode waktu tertentu sedangkan opsi jual adalah suatu opsi memberikan hak bukan kewajiban untuk menjual suatu *asset* tertentu pada harga dan periode waktu tertentu. Salah satu jenis opsi yang digunakan pada penelitian ini adalah opsi *cash-or-nothing*.

Persamaan yang sering digunakan dalam menentukan opsi adalah persamaan Black-Scholes. Persamaan ini pertama kali dikembangkan oleh Fischer Black dan Myron Scholes pada tahun 1973. Persamaan Black-Scholes memberikan beberapa asumsi, salah satunya adalah opsi yang dijadikan acuan yaitu opsi tipe Eropa yang artinya hanya dapat digunakan pada saat jatuh tempo saja. Sehingga pada artikel ini akan dibahas untuk opsi tipe Eropa.

Berdasarkan proses stokastik diasumsikan oleh Black-Scholes bahwa perubahan harga saham mengikuti proses gerak Brownian geometrik dan harga saham berdistribusi lognormal. Oleh karena itu, pada artikel ini akan dilakukan penurunan persamaan Black-Scholes untuk opsi beli dan opsi jual dan penurunan opsi jual *cash-or-nothing* dengan menggunakan asumsi bahwa harga saham berdistribusi lognormal serta

aplikasi opsi jual *cash-or-nothing* dalam asuransi pertanian berbasis indeks curah hujan.

2. Metode Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah studi literatur dan studi kasus. Data yang digunakan adalah biaya tanam jagung, produksi jagung dan curah hujan di Kabupaten Tasikmalaya tahun 2016-2020. Analisis data pada penelitian ini menggunakan *Microsoft Excel 2019*. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu sebagai berikut:

- a. konstruksi persamaan Black-Scholes untuk opsi beli dan opsi jual;
 - 1) diasumsikan harga saham pada saat jatuh tempo berdistribusi lognormal;
 - 2) diberikan persamaan bentuk umum untuk persamaan Black-Scholes opsi beli dan opsi jual;
 - 3) substitusikan PDF dari harga saham ke dalam persamaan bentuk umum;
 - 4) tranformasikan persamaan dengan distribusi normal standar;
 - 5) substitusikan *mean* dan varinsi harga saham;
 - 6) persamaan Black-Scholes untuk opsi beli dan opsi jual.
- b. konstruksi persamaan opsi jual *cash-or-nothing*;
 - 1) diberikan fungsi keuntungan (*payoff*) untuk opsi jual *cash-or-nothing*;
 - 2) diberikan fungsi keuntungan (*payoff*) untuk asuransi pertanian;
 - 3) diberikan persamaan bentuk umum untuk rumus menentukan premi dengan persamaan Black-Scholes opsi jual *cash-or-nothing*;
 - 4) tranformasikan persamaan dengan distribusi normal standar;
 - 5) substitusikan *mean* dan varinsi harga saham;
 - 6) rumus menentukan premi dengan persamaan Black-Scholes opsi jual *cash-or-nothing*.
- c. Aplikasi opsi jual *cash-or-nothing* pada asuransi pertanian.

3. Hasil Dan Pembahasan

3.1 Konstruksi Persamaan Black-Scholes untuk opsi beli dan opsi jual

Konstruksi persamaan Black-Scholes untuk opsi beli dan opsi jual menggunakan distribusi lognormal. Misalkan S_T yaitu harga saham pada saat jatuh tempo berdistribusi lognormal, maka $X = \ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right)$ dengan S_0 yaitu harga saham awal berdistribusi normal dapat dituliskan sebagai berikut:

$$S_T \sim \text{Lognormal}(\mu, \sigma^2)$$

$$X = \ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) \sim N(\mu_l, \sigma_l^2)$$

dengan

$$\mu_l = \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \quad (1)$$

$$\sigma_l^2 = \sigma^2T. \quad (2)$$

Probability density function (PDF) dari S_T untuk distribusi lognormal dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$f(S_T) = \begin{cases} \frac{1}{S_T \sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l}\right)^2}, & S_T > 0 \\ 0, & S_T \leq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Harga opsi beli secara umum dituliskan sebagai berikut:

$$C_{BS} = e^{-rT} E(\text{maks}\{0, S_T - K\}). \quad (4)$$

Dari persamaan (3) dan (4) maka harga opsi beli dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} C_{BS} &= e^{-rT} \int_0^{\infty} (\text{maks}\{0, S_T - K\}) f(S_T) dS_T \\ &= e^{-rT} \left(\int_0^K 0 f(S_T) dS_T + \int_K^{\infty} (S_T - K) f(S_T) dS_T \right) \\ &= e^{-rT} \left(\int_K^{\infty} S_T f(S_T) dS_T - \int_K^{\infty} K f(S_T) dS_T \right) \\ &= e^{-rT} (C_{BS1} - C_{BS2}). \end{aligned} \quad (5)$$

Substitusikan persamaan (3) ke C_{BS1} , sehingga akan diperoleh

$$\begin{aligned}
C_{BS1} &= \int_K^{\infty} S_T \frac{1}{S_T \sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l} \right)^2} dS_T \\
&= \int_K^{\infty} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l} \right)^2} dS_T. \tag{6}
\end{aligned}$$

Pada persamaan (6) dimisalkan $w = \ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right)$ sehingga $dS_T = S_0 e^w dw$ dan batas integral diubah dari K menjadi $\ln K$, maka akan diperoleh

$$\begin{aligned}
C_{BS1} &= \int_{\ln K}^{\infty} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w - \mu_l}{\sigma_l} \right)^2} S_0 e^w dw \\
&= \int_{\ln K}^{\infty} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w^2 - 2w\mu_l + \mu_l^2}{\sigma_l^2} \right)} S_0 e^w dw \\
&= \int_{\ln K}^{\infty} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} S_0 e^{-\frac{w^2}{2\sigma_l^2} + \frac{w\mu_l}{\sigma_l^2} - \frac{\mu_l^2}{2\sigma_l^2} + w + \mu_l - \mu_l + \frac{1}{2}\sigma_l^2 - \frac{1}{2}\sigma_l^2} dw \\
&= S_0 e^{\mu_l + \frac{1}{2}\sigma_l^2} \int_{\ln K}^{\infty} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2\sigma_l^2} + \frac{w\mu_l}{\sigma_l^2} - \frac{\mu_l^2}{2\sigma_l^2} + w - \mu_l - \frac{1}{2}\sigma_l^2} dw \\
&= S_0 e^{\mu_l + \frac{1}{2}\sigma_l^2} \int_{\ln K}^{\infty} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w - (\mu_l + \sigma_l^2)}{\sigma_l} \right)^2} dw. \tag{7}
\end{aligned}$$

Persamaan (7) diubah dalam bentuk distribusi normal standar dengan dimisalkan $z = \frac{w - (\mu_l + \sigma_l^2)}{\sigma_l}$ sehingga $dw = \sigma_l dz$ dan batas integral diubah dari $\ln K$ menjadi $\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - (\mu_l + \sigma_l^2)}{\sigma_l}$, maka akan diperoleh

$$\begin{aligned}
C_{BS1} &= S_0 e^{\mu_l + \frac{1}{2}\sigma_l^2} \int_{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - (\mu_l + \sigma_l^2)}{\sigma_l}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} \sigma_l dz \\
&= S_0 e^{\mu_l + \frac{1}{2}\sigma_l^2} \int_{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - (\mu_l + \sigma_l^2)}{\sigma_l}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz. \tag{8}
\end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (1) dan (2) ke persamaan (8), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 C_{BS1} &= S_0 e^{[(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T]+\frac{1}{2}\sigma^2 T} \int_{\frac{\ln(\frac{K}{S_0}) - [(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T+\sigma^2 T]}{\sigma\sqrt{T}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \\
 &= S_0 e^{rT - \frac{1}{2}\sigma^2 T + \frac{1}{2}\sigma^2 T} \int_{\frac{\ln(\frac{K}{S_0}) - rT + \frac{1}{2}\sigma^2 T - \sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \\
 &= S_0 e^{rT} \int_{\frac{\ln(\frac{K}{S_0}) - (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \\
 &= S_0 e^{rT} N\left(\frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right). \tag{9}
 \end{aligned}$$

Kemudian, substitusikan persamaan (3) ke C_{BS2} , sehingga akan diperoleh

$$\begin{aligned}
 C_{BS2} &= \int_K^{\infty} K \frac{1}{S_T \sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(\frac{S_T}{S_0}) - \mu_l}{\sigma_l}\right)^2} dS_T \\
 &= K \int_K^{\infty} \frac{1}{S_T \sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(\frac{S_T}{S_0}) - \mu_l}{\sigma_l}\right)^2} dS_T. \tag{10}
 \end{aligned}$$

Persamaan (10) diubah dalam bentuk distribusi normal standar dengan dimisalkan $y = \frac{\ln(\frac{S_T}{S_0}) - \mu_l}{\sigma_l}$ sehingga $S_T = S_0 e^{\sigma_l y + \mu_l}$ dan $dS_T = S_0 \sigma_l e^{\sigma_l y + \mu_l} dy$ serta batas integral diubah dari K menjadi $\frac{\ln(\frac{K}{S_0}) - \mu_l}{\sigma_l}$, maka akan diperoleh

$$C_{BS2} = K \int_{\frac{\ln(\frac{K}{S_0}) - \mu_l}{\sigma_l}}^{\infty} \frac{1}{(S_0 e^{\sigma_l y + \mu_l}) \sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y)^2} S_0 \sigma_l e^{\sigma_l y + \mu_l} dy$$

$$= K \int_{\frac{\ln(\frac{K}{S_0}) - \mu_1}{\sigma_1}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y)^2} dy. \quad (11)$$

Substitusikan persamaan (1) dan (2) ke persamaan (11), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} C_{BS2} &= K \int_{\frac{\ln(\frac{K}{S_0}) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y)^2} dy \\ &= KN \left(\frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Substitusikan persamaan (9) dan (12) ke persamaan (5)

$$\begin{aligned} C_{BS} &= e^{-rT} (C_{BS1} - C_{BS2}) \\ &= e^{-rT} \left[S_0 e^{rT} N \left(\frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \right) - KN \left(\frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \right) \right] \\ &= S_0 N \left(\frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \right) - Ke^{-rT} N \left(\frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Jadi, persamaan Black-Scholes untuk harga opsi beli adalah sebagai berikut:

$$C_{BS} = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$$

dengan

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \\ d_2 &= \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}. \end{aligned}$$

Selanjutnya, akan dibuktikan rumus untuk harga opsi jual. Berdasarkan harga opsi beli, nilai P_{BS} dapat diperoleh dari persamaan (5) dengan mengubah batas atas dan batas bawah integralnya.

$$\begin{aligned} P_{BS} &= e^{-rT} \left(- \int_{\infty}^K S_T f(S_T) dS_T - \left(- \int_{\infty}^K K f(S_T) dS_T \right) \right) \\ &= e^{-rT} \left(\int_{\infty}^K K f(S_T) dS_T - \int_{\infty}^K S_T f(S_T) dS_T \right) \end{aligned}$$

$$= e^{-rT}(P_{BS1} - P_{BS2}). \quad (14)$$

Substitusikan persamaan (3) ke P_{BS1} , sehingga akan diperoleh

$$P_{BS1} = \int_{\infty}^K K \frac{1}{S_T \sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l} \right)^2} dS_T$$

$$= K \int_{\infty}^K \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l} \right)^2} dS_T. \quad (15)$$

Persamaan (15) diubah dalam bentuk distribusi normal standar dengan dimisalkan $y = \frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l}$ sehingga $S_T = S_0 e^{\sigma_l y + \mu_l}$ dan $dS_T = S_0 \sigma_l e^{\sigma_l y + \mu_l} dy$ serta batas integral diubah dari K menjadi $\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l}$, maka akan diperoleh

$$P_{BS1} = K \int_{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l}}^{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l}} \frac{1}{(S_0 e^{\sigma_l y + \mu_l}) \sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y)^2} S_0 \sigma_l e^{\sigma_l y + \mu_l} dy$$

$$= K \int_{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l}}^{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y)^2} dy. \quad (16)$$

Substitusikan persamaan (1) dan (2) ke persamaan (16), sehingga diperoleh

$$P_{BS1} = K \int_{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}}^{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y)^2} dy$$

$$= KN \left(\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \right). \quad (17)$$

Selanjutnya, substitusikan persamaan (3) ke P_{BS2} , sehingga akan diperoleh

$$P_{BS2} = \int_{\infty}^K S_T \frac{1}{S_T \sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l} \right)^2} dS_T$$

$$= \int_{\infty}^K \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l} \right)^2} dS_T. \quad (18)$$

Pada persamaan (18) dimisalkan $w = \ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right)$ sehingga $dS_T = S_0 e^w dw$ dan batas integral diubah dari K menjadi $\ln K$, maka akan diperoleh

$$\begin{aligned} P_{BS2} &= \int_{\infty}^{\ln K} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w - \mu_l}{\sigma_l} \right)^2} S_0 e^w dw \\ &= \int_{\infty}^{\ln K} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} S_0 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w^2 - 2w\mu_l + \mu_l^2}{\sigma_l^2} \right)} e^w dw \\ &= \int_{\infty}^{\ln K} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} S_0 e^{-\frac{w^2}{2\sigma_l^2} + \frac{w\mu_l}{\sigma_l^2} - \frac{\mu_l^2}{2\sigma_l^2} + w + \mu_l - \mu_l + \frac{1}{2}\sigma_l^2 - \frac{1}{2}\sigma_l^2} dw \\ &= S_0 e^{\mu_l + \frac{1}{2}\sigma_l^2} \int_{\infty}^{\ln K} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w^2}{2\sigma_l^2} + \frac{w\mu_l}{\sigma_l^2} - \frac{\mu_l^2}{2\sigma_l^2} + w - \mu_l - \frac{1}{2}\sigma_l^2} dw \\ &= S_0 e^{\mu_l + \frac{1}{2}\sigma_l^2} \int_{\infty}^{\ln K} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w - (\mu_l + \sigma_l^2)}{\sigma_l} \right)^2} dw. \end{aligned} \quad (19)$$

Persamaan (4.19) diubah dalam bentuk distribusi normal standar dengan dimisalkan $z = \frac{w - (\mu_l + \sigma_l^2)}{\sigma_l}$ sehingga $dw = \sigma_l dz$ serta batas integral diubah dari $\ln K$ menjadi $\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - (\mu_l + \sigma_l^2)}{\sigma_l}$, maka akan diperoleh

$$\begin{aligned} P_{BS2} &= S_0 e^{\mu_l + \frac{1}{2}\sigma_l^2} \int_{\infty}^{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - (\mu_l + \sigma_l^2)}{\sigma_l}} \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} \sigma_l dz \\ &= S_0 e^{\mu_l + \frac{1}{2}\sigma_l^2} \int_{\infty}^{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - (\mu_l + \sigma_l^2)}{\sigma_l}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz. \end{aligned} \quad (20)$$

Substitusikan persamaan (1) dan (2) ke persamaan (20), sehingga diperoleh

$$P_{BS2} = S_0 e^{\left(\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T + \frac{1}{2}\sigma^2 T \right)} \int_{\infty}^{\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \left[\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T + \sigma^2 T \right]}{\sigma \sqrt{T}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - rT - \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} \\
&= S_0 e^{rT} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \\
&= S_0 e^{rT} N\left(\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right). \tag{21}
\end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (17) dan (21) ke persamaan (14)

$$\begin{aligned}
P_{BS} &= e^{-rT}(P_{BS1} - P_{BS2}) \\
&= e^{-rT} \left[KN \left(\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \right) - S_0 e^{rT} N \left(\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \right) \right] \\
&= Ke^{-rT} N \left(\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \right) - S_0 N \left(\frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \right). \tag{22}
\end{aligned}$$

Jadi, persamaan Black-Scholes untuk harga opsi jual adalah sebagai berikut:

$$P_{BS} = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

dengan

$$\begin{aligned}
d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \\
d_2 &= \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.
\end{aligned}$$

3.2 Konstruksi Persamaan Opsi Jual *Cash-or-Nothing*

Opsi *cash-or-nothing* adalah opsi yang mempunyai dua kemungkinan hasil. Menurut Sari dan Gunardi (2020: 559), opsi *put cash-or-nothing* (P^{C-o-N}) mempunyai fungsi keuntungan (*payoff*) yaitu sebagai berikut:

$$P^{C-o-N}(S_T, T) = \begin{cases} M, & \text{jika } S_T < K \\ 0, & \text{jika } S_T \geq K \end{cases} \tag{23}$$

keterangan

M : nilai pertanggungan

S_T : data terakhir dari rata-rata total curah hujan yang telah disesuaikan

K : nilai *trigger*

Fungsi keuntungan (*payoff*) untuk asuransi pertanian berbasis indeks curah hujan yang bergantung kepada realisasi curah hujan dan dirancang dengan opsi jual *cash-or-nothing* didefinisikan sebagai berikut:

$$P^{C-o-N}(\overline{R}_n, G) = \begin{cases} M, & \text{jika } \overline{R}_n < G \\ 0, & \text{jika } \overline{R}_n \geq G \end{cases} \quad (24)$$

keterangan

M : nilai pertanggungan

\overline{R}_n : data terakhir dari rata-rata total curah hujan yang telah disesuaikan

G : nilai *trigger*.

Akan dikonstruksi rumus menentukan premi dengan persamaan Black-Scholes opsi jual *cash-or-nothing* tipe Eropa yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Premi} &= e^{-rT} E[\max(M, 0)] \\ &= e^{-rT} \int_{-\infty}^{\infty} [\max(M, 0)] f(S_T) dS_T \\ &= e^{-rT} \left(\int_{-\infty}^K M f(S_T) dS_T + \int_K^{\infty} 0 f(S_T) dS_T \right) \\ &= e^{-rT} \int_{-\infty}^K M f(S_T) dS_T \\ &= M e^{-rT} \int_{-\infty}^K f(S_T) dS_T \end{aligned} \quad (25)$$

Substitusikan persamaan (3) ke persamaan (25) sehingga akan diperoleh

$$\text{Premi} = M e^{-rT} \int_{-\infty}^K \frac{1}{S_T \sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l} \right)^2} dS_T \quad (26)$$

Persamaan (26) diubah dalam bentuk distribusi normal standar dengan dimisalkan $y = \frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \mu_l}{\sigma_l}$ sehingga $S_T = S_0 e^{\sigma_l y + \mu_l}$ dan $dS_T = S_0 \sigma_l e^{\sigma_l y + \mu_l} dy$ serta batas integral diubah dari K menjadi $\frac{\ln K - \mu_l}{\sigma_l}$, maka akan diperoleh

$$\begin{aligned} \text{Premi} &= M e^{-rT} \int_{-\infty}^{\frac{\ln K - \mu_l}{\sigma_l}} \frac{1}{S_0 e^{\sigma_l y + \mu_l} \sigma_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y)^2} S_0 \sigma_l e^{\sigma_l y + \mu_l} dy \\ &= M e^{-rT} \int_{-\infty}^{\frac{\ln K - \mu_l}{\sigma_l}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y)^2} dy \end{aligned} \quad (27)$$

Substitusikan persamaan (1) dan persamaan (2) ke persamaan (27), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
\text{Premi} &= Me^{-rT} \int_{-\infty}^{\frac{\ln(\frac{K}{S_0}) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y)^2} dy \\
&= Me^{-rT} N\left(\frac{\ln(\frac{K}{S_0}) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \quad (28)
\end{aligned}$$

Jadi, penentuan premi dengan persamaan Black-Scholes opsi jual *cash-or-nothing* tipe Eropa dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$\text{Premi} = Me^{-rT} N(-d_2) \quad (29)$$

keterangan

- M : nilai pertanggungan
- r : suku bunga bebas risiko
- T : waktu pada saat jatuh tempo
- $N(-d_2)$: fungsi densitas kumulatif distribusi normal dari $(-d_2)$

3.3 Aplikasi Opsi Jual *Cash-or-Nothing* pada Asuransi Pertanian

Pada aplikasi opsi jual *cash-or-nothing* ini menggunakan data produksi jagung dan curah hujan tahun 2016-2020 di Kabupaten Tasikmalaya untuk menentukan besar premi yang harus dibayarkan petani apabila mengikuti asuransi pertanian berbasis indeks curah hujan.

Sebelum menentukan premi, akan ditentukan $\tilde{\mu}$ dan $\tilde{\sigma}$ yang merupakan *mean* dan variansi dari distribusi lognormal yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\tilde{\mu} &= \frac{1}{n-1} \ln\left(\frac{\bar{R}_n}{R_1}\right) T = \frac{1}{5-1} \ln\left(\frac{40,7250}{45,8333}\right) (0,3333) = -0,00984745 \\
\tilde{\sigma} &= \sqrt{\frac{1}{n-2} \left(\sum_{k=2}^n (u_k - \bar{u})^2\right) \sqrt{T}} = \sqrt{\frac{1}{3} (0,594397875) (0,3333)} \\
&= 0,256990678
\end{aligned}$$

Suku bunga bebas risiko (r) diasumsikan dari rata-rata *rate* Bank Indonesia (BI) yaitu sebesar 5,11%, data terakhir dari rata-rata total curah hujan yang telah disesuaikan (\bar{R}_n) adalah sebesar 40,7250, periode waktu (T) yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebesar 0,3333, nilai pertanggungan tanaman jagung di Kabupaten Tasikmalaya yaitu sebesar Rp 11.130.000 dan nilai *trigger* (G) curah hujan yang digunakan adalah 26,3867; 28,6733; 30,9600 dan 33,2467.

Untuk nilai *trigger* curah hujan sebesar 26,3867 diperoleh nilai d_2 sebesar 1,650389082 dengan $N(-d_2)$ sebesar

0,049431691 sehingga dengan menggunakan persamaan (29) didapatkan besar premi sebesar Rp 540.882,78. Dengan cara yang sama diperoleh besar premi untuk nilai *trigger* curah hujan lainnya yaitu sebagai berikut:

Tabel 1. Nilai Premi Asuransi Pertanian

Persentil	Trigger (G)	d_2	$N(-d_2)$	Premi
5%	26,3867	1,650389082	0,049431691	540.882,78
10%	28,6733	1,327006610	0,092253248	1.009.437,30
15%	30,9600	1,028436743	0,151872216	1.661.789,51
20%	33,2467	0,751152501	0,226280441	2.475.966,13

Penggunaan Persamaan Opsi Jual *Cash-or-Nothing* untuk perhitungan premi (Persamaan (29)) juga dapat ditemukan pada artikel-artikel sebagai berikut: Dharmawan dkk., (2016), Filiapuspa dkk. (2019), Erfiana dkk., (2020), Sari dan Gunardi (2020), dan Prabowo dkk. (2022).

d. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, maka diperoleh kesimpulan yaitu sebagai berikut:

- 1) persamaan Black-Scholes untuk harga opsi beli dan opsi jual yang diturunkan dengan menggunakan distribusi lognormal adalah sebagai berikut:

$$C_{BS} = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$P_{BS} = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

- 2) persamaan Black-Scholes opsi jual *cash-or-nothing* tipe Eropa dalam menentukan premi asuransi pertanian dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$Premi = M e^{-rT} N(-d_2)$$

Ucapan Terima Kasih

Penulis menyampaikan terima kasih kepada LPPM Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto yang telah memberikan hibah sehingga tulisan ini dapat diterbitkan. Dasar undang-undang atas hibah tersebut adalah SK No.

B/1729/UN23.18/PN.01/2022 dan Kontrak Penelitian RDU No. T/530/UN23.18/PT.01.03/2022.

Daftar Pustaka

- Anggraeni, A. D., Dharmawan, K., dan Nilakusmawati, D. P. (2018). Penentuan Nilai Premi Asuransi Pertanian Berbasis Indeks Suhu Permukaan Menggunakan Metode Burn Analysis. *E-Jurnal Matematika*, 7(4), 322-329.
- Dharmawan, K., Widia, W., dan Yuni, L. (2016). Penerapan Metode Penilaian Kontrak Opsi dalam Penentuan Nilai Premi Asuransi Pertanian Berbasis Indeks Curah Hujan. *Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVIII*, 4-9.
- Erfiana, D. Prabowo, A., Tripena, A., dan Riyadi, S. (2020). Penentuan Harga Premi Asuransi Pertanian Berbasis Indeks Curah Hujan dengan Model Black-Scholes. *Prosiding Seminar Nasional dan Call for Papers "Pengembangan Sumber Daya Perdesaan dan Kearifan Lokal Berkelanjutan X"*, 6-7 Oktober 2020, 10(1): 95-107.
- Filiapuspa, M. H., Sari, S. F., dan Mardiyati, S. (2019). Applying Black-Scholes Method for Crop Insurance Pricing. *AIP Conference Proceeding 2168, 020042, 020042-1 - 020042-7*.
- Luenberger, D. G. (1998). *Investment Science*. New York: Oxford University Press.
- Prabowo, A., Sugandha, A., Supriyanto dan Riyadi, S. (2022). Penentuan Besar Premi Asuransi Pertanian Berbasis Hubungan Fungsional antara Curah Hujan dan Prediksi Produksi Padi. *Prosiding Seminar Nasional dan Call for Papers "Pengembangan Sumber Daya Perdesaan dan Kearifan Lokal Berkelanjutan XI"*, 12-14 Oktober 2021, 11(1): 1-11.
- Sari, Y. W., dan Gunardi. (2020). Pendekatan Opsi Cash-or-Nothing Up and In Barrier untuk Penentuan Nilai Premi Asuransi Pertanian. *Indonesian Journal of Statistics and Its Applications*, 4(3): 557-565.



Peran
Matematika dan Sains
dalam Mendukung Gaya Hidup Perdesaan
(*Rural Lifestyle*) yang Berkualitas

Disusun dalam Rangka Peringatan Dies Natalis ke-3
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jenderal Soedirman
24 Oktober 2017

Agung Prabowo • Budi Pratikno • Uyi Sulaeman
Wahyu Tri Cahyanto • Zaroh Irayani



Cover Buku Dies 2018



PERAN MATEMATIKA DAN SAINS *dalam Menyongsong* ERA REVOLUSI INDUSTRI 4.0

Disusun dalam Rangka Peringatan Dies Natalis ke-4
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jenderal Soedirman
24 Oktober 2018

Budi Pratikno

Agung Prabowo

Cover Buku Dies 2019



Kontribusi FMIPA UNSOED dalam Matematika, Sains dan Kearifan Lokal

**Disusun dalam Rangka Peringatan Dies Natalis ke-5
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jenderal Soedirman
24 Oktober 2019**

**Jamrud Aminuddin, S.Si., M.Si., Ph.D,
Drs. Budi Pratikno, M.Stat.Sci., Ph.D.
Sehah, S.Si., M.Si.
Agus Sugandha, M.Si.
Dr. Ponco Iswanto
Dr.rer.nat Ria Armunanto
Prof. Dr.rer.nat Harno Dwi Pranowo
Agung Prabowo, S.Si., M.Si.**

Cover Buku Dies 2020



Kontribusi
FMIPA UNSOED
dalam Pengembangan Keilmuan yang
Mendukung Sumber Daya Perdesaan
dan Kearifan Lokal

Agus Sugandha,
Agung Prabowo, Sehad, Jajang,
Idha Sihwaningrum, Sandi Setiawan,
Kartika Sari, Sunardi, Wihantoro, Aris Haryadi,
Agung Bambang Setio Utomo, Parmin Lumban Toruan,
Evi Yulianti dan Mashadi

Disusun dalam Rangka Peringatan Dies Natalis ke-6
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jenderal Soedirman
24 Oktober 2020

Cover Buku Dies 2021



KONTRIBUSI FMIPA UNSOED DALAM PENGUATAN ILMU-ILMU DASAR DAN REKAYASA KETEKNIKAN

Disusun dalam Rangka Peringatan Dies Natalis ke-7
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jenderal Soedirman
24 Oktober 2021

Agung Prabowo, Diah Paramita Amitarwati,
Budi Pratikno, Agus Sugandha, Niken Larasati,
Ma'rifatul Nur Yuniati, Sebah, Kartika Sari,
Yazid Zainur Isnen, Agung Bambang Setio Utomo,
Ampala Khoryanton, dan Parmin Lumban Toruan

BIOGRAFI SINGKAT PENULIS



Bilalodin, S.Si., M.Si., Ph.D.

Bilalodin lahir di Trenggalek 12 Januari 1968. Penulis merupakan seorang pengajar di Jurusan Fisika Fakultas MIPA Universitas Jenderal Soedirman. Penulis juga menjadi Ketua *Physical Society of Indonesia* Cabang Jateng-DIY periode 2022-2025. Penulis menyelesaikan Sarjana Fisika dari Jurusan Fisika Universitas Diponegoro pada tahun 1993, Magister Ilmu Fisika dari Jurusan Fisika Institut Teknologi Bandung (ITB) pada tahun 2000 dan Doktor Ilmu Fisika dari Universitas Gadjah Mada pada tahun 2020. Penulis berperan aktif dalam pengembangan terapi kanker menggunakan metode *Boron Neutron Capture Therapy* (BNCT). Beberapa pelatihan-pelatihan BNCT diantaranya *Focus Group Discussion of BNCT, The National Atomic Energy Agency of Indonesia-2015, General Lecture and Workshop Development Technology and Application BNCT, Jenderal Soedirman University-2015, Workshop on The Monte Carlo N-Particle Simulation, Setya Wacana University-2015, Training Research and Innovation in Science and Technology Project (RISET-Pro) Jepang- 2016, Workshop on The Monte Carlo N-Particle Simulation (PHITS) Jepang-2020*. Beberapa publikasi ilmiah telah dihasilkan oleh penulis, diantaranya: *Double Layer Collimator for BNCT Neutron Source Based on 30 MeV Cyclotron* (2017), *Optimization of Double Layered Beam Shaping Assembly using Genetic Algorithm* (2018), *Optimization and Analysis of Neutron Distribution on 30 MeV Cyclotron-Based Double Layer Beam Shaping Assembly* (2019), *Analysis of Particle Distribution in a Double Layer Beam Shaping Assembly Resulted From 30 MeV-Proton Reactions with Beryllium Target Using The PHITS Program* (2020), dan *Design Development of Double Layer Beam Shaping Assembly (DLBA) Using Extension Nozzle to Increase the Quality of Epithermal Neutron Beam as a BNCT Neutron Source* (2021). Dapat dihubungi melalui email: bilalodin@unsoed.ac.id.



Agung Prabowo, S.Si., M.Si.

Agung Prabowo adalah dosen Matematika FMIPA Unsoed Purwokerto. Lahir di Gombang, Kebumen pada 23 Februari 1971. Diangkat sebagai CPNS Unsoed pada tahun 2005 dengan bergabung di Fakultas Pertanian. Diangkat sebagai PNS pada tahun 2006 juga pada Fakultas Pertanian hingga akhirnya hijrah dan bergabung dengan FMIPA seiring dengan berdirinya FMIPA pada tahun 2014. Menyelesaikan pendidikan sebagai Sarjana pada Jurusan Matematika, FMIPA ITB tahun 1998 dan Magister pada Program Studi Sains Aktuaria, FMIPA ITB tahun 2001. Pernah menempuh pendidikan doktoral di Program Pascasarjana Universitas Pendidikan Indonesia (UPI) Bandung pada Jurusan Pendidikan Matematika. Saat ini tercatat sebagai mahasiswa doktoral di Universitas Sultan Zainal Abidin, Malaysia. Hingga saat ini telah menerbitkan 18 buah buku, satu di antaranya adalah *The Paku Buwono Code*. Salah satu prestasi puncaknya adalah meraih Unsoed Award 2016 dalam Bidang Pengembangan Pembelajaran pada Dies Natalis Unsoed ke-53. Prestasi lainnya adalah menjadi salah satu peraih Hibah Buku Teks DIKTI pada tahun 2013, peraih Hibah Buku Ajar DIKTI pada tahun 2015, dan pembimbing PIMNAS (Pekan Ilmiah Mahasiswa Nasional tahun 2016 di IPB). Dalam kajian Matematika Jawa, penulis berhasil mempublikasikan 12 (sepuluh) buah artikel terindeks scopus, disamping 24 (sembilan belas) artikel dalam bidang matematika lainnya yang juga terindeks scopus. Beberapa karyanya yang dianggapnya cukup monumental didaftarkan hak ciptanya sehingga terkumpul sebanyak 4 (empat) buah hak cipta. Dapat dihubungi melalui email: agung_nghp@yahoo.com atau agung.prabowo@unsoed.ac.id.



Divas Sabina Permatasari

Divas Sabina Permatasari adalah mahasiswa dari Universitas Islam Negeri Prof. K. H. Saifuddin Zuhri Purwokerto. Lahir di Banyumas, 2 Juli 2003. Alumni SMPN 3 Purwokerto dan SMAN 4 Purwokerto Jurusan MIPA tahun 2020. Saat ini sedang menempuh S1 di Jurusan Tadris Matematika di UIN SAIZU. Penulis aktif dalam berbagai kegiatan pondok di salah satu pondok pesantren yang ada di Purwokerto, juga pernah menjadi bagian dari Paskibra BALAPATI di SMAN 4 Purwokerto. Memiliki ketertarikan di bidang astronomi sehingga pernah mengikuti seleksi OSN Astronomi di tingkat SMA. Dapat dihubungi melalui email: divasp02072003@gmail.com atau 214110407095@mhs.uinsaizu.ac.id.



Agus Sugandha, M.Si.

Agus Sugandha adalah dosen Matematika FMIPA Unsoed Purwokerto. Berkarir sebagai dosen sejak 2006. Menyelesaikan pendidikan S1 di Jurusan Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Yogyakarta dan S2 di Jurusan Matematika, Universitas Gadjah Mada. Saat ini tercatat sebagai mahasiswa program Doktorat di Universitas Padjajaran Bandung. Bidang yang diambil adalah Matematika analisis dan terapannya. Bidang riset yang dikerjakan adalah Teori Bilangan, Teori Ergodik da. Aktif dalam penelitian, pengabdian, seminar dan publikasi. Catatan publikasi artikel terindeks Scopus sebanyak tujuh dengan lima diantaranya dalam Teori Bilangan khususnya Persamaan Diophantin Non-Linier. Sementara ini sedang menekuni riset di bidang Kalkulus Fraksional, secara khusus pada persamaan Black-Scholes Fraksional dan penerapannya pada masalah nilai opsi Eropa. Dapat dihubungi melalui email: agussugandha74@gmail.com.



Drs. Budi Pratikno, M.Stat.Sci., Ph.D.

Budi Pratikno, saat ini berprofesi sebagai dosen peneliti bidang statistika, penulis beberapa *international journals* berkaitan dengan *testing intercept with non-sample prior information* (NSPI) yang banyak terbit dalam jurnal internasional seperti *Statistical Papers*, *Far East Journal of Mathematics Science*(FJMS), *Statistical Papers on Springer*, *JSTA*, *ISSOS*, *IJET*, *IOP series*, *IEOM conference series* dan lain-lain. Buku sudah terbit adalah *Metode Penelitian Matematika Bidang Statistika*, *Statistika Elementer*, *Regresi Linier*, *Metode Sampling*, *Probabilitas dan Statistika*, Teknik Penulisan Artikel Laporan Penelitian Dengan Latex Dan Analisis Data, dan beberapa Buku Dies MIPA yaitu (1) *Peran Matematika dan Sain*, (2) *Kontribusi MIPA UNSOED dalam Matematika, Sain dan Kearifan Lokal*, (3) *Peran Matematika dan Sain Dalam Mendukung Gaya Pedesaan (rural lifestyle) yang Berkualitas*, dan buku monograf berjudul *power of the tests with NSPI* dan lain-lain. Pengalaman penulis dalam kegiatan terkait di bidang akademik lainnya adalah editor jurnal matematika UNSOED, editor buku *Analisis Data dengan SPSS*, dan *reviewer* beberapa *conference* nasional dan internasional. Diluar hal tersebut penulis aktif di UNSOED dan pernah menjadi sekretaris DUE Project Unsoed, Staf Ahli LPPM UNSOED, Ketua Proyek A1 Jurusan Matematika, Ketua Program Studi Matematika UNSOED, Ketua SPMB UNSOED, dan Wakil Dekan FMIPA UNSOED, dan saat ini adalah anggota senat Universitas UNSOED. Aktivitas diluar UNSOED adalah sebagai dosen luar biasa (LB) dan Senat IT Telkom Purwokerto, serta sebaga Dosen Pembimbing S2 Universitas Terbuka (UT) Purwokerto. Lahir di Cilacap, pada 24 April 1964, penulis menyelesaikan pendidikan S1 (Drs) pada Jurusan Matematika UGM, 1989, kemudian melanjutkan S2 *in Statistical Science* (M.Stat.Sci) di La Trobe University, Melbourne, Australia, 2000, dan S3 *in Statistical Science* (Ph.D) di University of Southern Queensland (USQ), Toowoomba, Brisbane, Australia, 2013. Dapat dihubungi melalui email: budi.pratikno@unsoed.ac.id.



Jamrud Aminuddin, S.Si., M.Si., Ph.D.

Jamrud Aminuddin, Lahir di Kasambang-Sulawesi Barat, pada tanggal 11 Juni 1977. Menyelesaikan studi S1 di Jurusan Fisika, Universitas Hasanuddin-Makassar, Sulawesi Selatan pada tahun 2001. Pendidikan S2 diselesaikan di Jurusan Fisika, Institut Teknologi, pada tahun 2005 dalam bidang Fisika Teoretik dan Komputasi. Sejak April 2006 tercatat sebagai dosen tetap Fisika FMIPA UNSOED. Pada April 2019 menyelesaikan studi S3 di Center for Environmental Remote Sensing – Chiba University, dalam bidang Atmospheric Remote Sensing dan memperoleh gelar Ph.D. Selama menempuh Pendidikan S3 di Jepang, mendapatkan tiga kali penghargaan. Pertama, sebagai *The Best Presenter Award* pada acara Indonesian Japan Joint Scientific Symposium, Chiba-Japan, November 2016, dengan judul makalah *Observation of aerosol optical properties by means of Himawari-8 satellite from space and lidar system from surface*. Penghargaan kedua adalah *The Best Student Paper Award*, diperoleh dalam acara International Symposium on Remote Sensing, May 2017, dengan judul tulisan *Development of LED-DOAS system for observing aerosol extinction near the ground level*. Saat ini sedang mngembangkan beberapa algoritma untuk pengolahan data satelit Himawari 8/9 untuk keperluan kajian atmospheric remote sensing. Dapat dihubungi melalui email: jamrud.aminuddin@unsoed.ac.id.



Drs. Sunardi, M.Si.

Sunardi, lahir di Cilacap, 15 Juli 1959. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Fisika FMIPA UNPAD tahun 1989, dan S2 Magister Sains Fisika FMIPA UI tahun 1995. Saat ini berprofesi sebagai dosen peneliti di bidang material. Diangkat sebagai CPNS UNSOED tahun 1990 di Program MIPA UNSOED. Diangkat sebagai PNS tahun 1991 di Program MIPA UNSOED. Bidang keahlian adalah smart material. Aktif dalam penelitian, pengabdian, seminar dan publikasi. Artikel-artikelnya sebagian dipublikasikan di *International Journal of Renewable Energy Development*. Menjabat sebagai Dekan FMIPA Unsoed selama dua periode, 2014- 2018 dan 2018-2022. Dapat dihubungi melalui email: sunardi1507@unsoed.ac.id.



Prof. Dr. Agung Bambang Setio Utomo, S.U.

Agung Bambang Setio Utomo, lahir di Ungaran Semarang, 2 Mei 1958. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada jurusan Fisika FMIPA UGM tahun 1982, S2 Pascasarjana Fisika UGM tahun 1987, dan Program Doktor S3 University Of Wales Swansea UK tahun 1994. Saat ini berprofesi sebagai dosen peneliti di bidang *Laser Spectroscopy* dan *Termoacoustic*. Diangkat sebagai CPNS UGM tahun 1983 di Departemen Fisika FMIPA dan diangkat sebagai PNS tahun 1984 - sekarang di Departemen Fisika FMIPA UGM. Diangkat menjadi Guru Besar bidang Fisika tahun 2013. Artikel hasil penelitian telah di publikasi di jurnal nasional dan internasional. Dapat dihubungi melalui email: agungbambang@ugm.ac.id.



Yazid Zainur Isnen, S.Si.

Yazid Zainur Isnen. Lahir di Cirebon, Jawa Barat, 28 Februari 2000. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 di jurusan Fisika FMIPA Universitas Jenderal Soedirman pada tahun 2022 dengan bidang kajian *material physics*. Penulis aktif dalam kegiatan organisasi dan penelitian dengan bidang kajian baterai dan komposit. Peraih *Best Presenter* dalam kegiatan *Soedirman International Conferences on Mathematics and Applied Sciences (SICoMAS) 2021* dan *10 Best Papers* di *National Conference of Industry, Engineering, and Technology (NCIET) 2021 by Politeknik Negeri Semarang*. Dapat dihubungi melalui email: yazidzainur28@gmail.com.



Trisha Syarifah, S.Si.

Trisha Syarifah, lahir di Tangerang, 18 Oktober 1998. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Fisika FMIPA Universitas Jenderal Soedirman pada tahun 2022. Pernah menjadi Tim Gunung Hutan Anggota Muda UPL MPA Unsoed tahun 2016-2017 dan kerja praktek di P2MM LIPI tahun 2019 yang sekarang berganti Pusat Riset Metalurgi BRIN. Penelitian terakhir mengenai silika abu sekam padi sebagai topik penelitian tugas akhir. Dapat dihubungi melalui email: trisha.syarifah@gmail.com.



Wihantoro, S.Si., M.Sc.

Wihantoro, lahir di Semarang, pada 5 September 1970. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Fisika UNDIP, 1994 dan S2 *Medical Physics* - Universitas Exeter Inggris, 2003. Saat ini berprofesi sebagai dosen peneliti bidang fisika medis, menulis beberapa jurnal berkaitan dengan model perhitungan dosis radiasi. Artikel yang telah dipublikasi di *International Journal of Renewable Energy Development*. Pengalaman penulis dalam kegiatan terkait di bidang akademik lainnya adalah menjadi editor di Jurnal Pengabdian Masyarakat SERAMBI ABDIMAS. Dapat dihubungi melalui email: wihantoro@unsoed.ac.id.



Efita Pratiwi Adi, S.Si., M.Sc.

Efita Pratiwi Adi, lahir di Klaten, 4 Juni 1988. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Pendidikan Fisika FMIPA UNY tahun 2011, dan S2 Pascasarjana Fisika UGM tahun 2015. Saat ini berprofesi sebagai dosen peneliti di bidang fisika medis. Diangkat sebagai CPNS tahun 2020 di Jurusan Fisika FMIPA UNSOED dan diangkat sebagai PNS tahun 2021 - sekarang. Penulis aktif sebagai *reviewer* di beberapa jurnal dan sebagai editor jurnal bereputasi. Artikel hasil penelitian telah di publikasi di jurnal nasional dan internasional. Dapat dihubungi melalui email: efita.pratiwi@unsoed.ac.id.



Dr. Ampala Khoryanton, S.T., M.T.

Ampala Khoryanton, lahir di Tegal, Jawa Tengah, 28 Desember 1966. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik ITS tahun 1994, S2 Magister Teknik Mesin Fakultas Teknik Mesin ITB tahun 2000, dan Program Doktor S3 Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Brawijaya tahun 2019. Saat ini berprofesi sebagai dosen peneliti di bidang Teknik Produksi dan Perawatan Mesin-Mesin Industri. Diangkat sebagai CPNS Politeknik Negeri Semarang tahun 1990 di Jurusan Teknik Mesin Politeknik Negeri Semarang dan diangkat sebagai PNS tahun 1991 - sekarang di jurusan Teknik Mesin Politeknik Negeri Semarang. Penulis aktif sebagai pengurus di Jurnal Rekayasa Mesin Politeknik Negeri Semarang. Aktif sebagai *reviewer* di beberapa jurnal Seminar Nasional dan Internasional. Artikel hasil penelitian telah di publikasi di *Journal of Southwest Jiaotong*, *Quality – Access to Success*, dan *Journal of Engineering and Applied Sciences*. Dapat dihubungi melalui email: ampala.khoryanton@polines.ac.id.



Parmin Lumban Toruan, S.Si., M.T.

Parmin Lumban Toruan, S.Si.,M.T. Lahir di Tipang, 5 Desember 1970, Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada jurusan Fisika FMIPA UNSRI 1996, S2 Magister Teknik Unsri tahun 2011. Saat ini berprofesi sebagai dosen peneliti di bidang Fisika Energi. Diangkat sebagai CPNS tahun 2005 dosen PNSD L2DIKTI Wilayah 2. Diangkat sebagai PNS tahun 2006 dan ditempatkan sebagai dosen Program studi Fisika Univ. PGRI Palembang. Aktif sebagai anggota Organisasi PSI Sumatera Selatan. Dapat di hubungi melalui email: parmin.lt70@gmail.com.



Dr. Kartika Sari, S.Si., M.Si.

Kartika Sari, lahir di Jebus, Bangka Barat, 15 Juni 1971. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Fisika FMIPA UNSRI tahun 1995, S2 Magister Sains Fisika FMIPA UGM tahun 2001, dan Program Doktor Fisika Departemen Fisika FMIPA UGM tahun 2020. Saat ini berprofesi sebagai dosen peneliti di bidang material baterai sekunder. Diangkat sebagai CPNS UNS tahun 1997 di Jurusan Fisika FMIPA UNS. Diangkat sebagai PNS tahun 1998 di Jurusan Fisika FMIPA UNS dan tahun 2008 hingga sekarang bergabung di Jurusan Fisika FMIPA Unsoed. Penulis aktif sebagai pengurus di organisasi PSI DIY-Jawa Tengah. Aktif sebagai *reviewer* di Seminar Internasional Komunitas Baterai. Artikel hasil penelitian telah di publikasi di jurnal *Material Science Forum* dan *International Journal of Nanoelectronics and Materials*. Dapat dihubungi melalui email: tikasari1571@gmail.com atau kartika.sari@unsoed.ac.id.



Zusfahair, S.Si. M.Si.

Zusfahair adalah dosen Kimia FMIPA Unsoed Purwokerto. Berkarir sebagai dosen sejak 1995. Menyelesaikan pendidikan S1 di Jurusan Kimia, Universitas Andalas Padang dan S2 di Jurusan Kimia, ITB. Bidang keahlian adalah Biokimia. Aktif dalam penelitian, seminar dan publikasi. Publikasi artikel terindeks Scopus sebanyak lima belas dengan lima di antaranya dalam isolasi pemurnian dan aplikasi enzim-enzim hidrolitik. Pengalaman penulis dalam kegiatan terkait di bidang akademik lainnya adalah menjadi editor di Jurnal Ilmiah Molekul terindeks Scopus Q3 dengan nilai SJR 0,26. Dapat dihubungi melalui email: zusfahair@gmail.com.



Dian Riana Ningsih, S.Si. M.Si.

Dian Riana Ningsih adalah dosen tetap di Program Studi Kimia FMIPA Unsoed sejak tahun 2006. Gelar kesarjanaan diperoleh pada tahun 2004 di Universitas Jenderal Soedirman dan Magister di Institute Pertanian Bogor tahun 2010. Pengajaran, penelitian dan pengabdian masyarakat menjadi pintu baginya untuk berkarya. Aktif melakukan penelitian dan publikasi dengan topik produksi senyawa bioaktif dan aplikasinya. Publikasi terindeks scopus sebanyak 11 dengan h-index scopus 4. Karya yang sudah dipatenkan sebanyak 4 buah berupa hak cipta dan paten sederhana. Selain penelitian juga aktif melakukan kegiatan pengabdian masyarakat dengan topik produk-produk pembersih seperti membuat handsanitizer dan sabun cuci tangan cair dari bahan alami. Dapat dihubungi melalui email: deeyanbik@gmail.com.



Dwi Kartika, S.Si. M.Si.

Dwi Kartika adalah dosen Kimia FMIPA UNSOED Purwokerto. Berkarir sebagai dosen sejak 2005. Menyelesaikan pendidikan S1 di Jurusan Kimia UNSOED, Purwokerto dan S2 di Jurusan Kimia UGM, Yogyakarta. Bidang keahliannya adalah Kimia Fisik meliputi catalyst, biorenewable energy, biodiesel, chitosan, biodegradable film, dan antibacterial. Aktif dalam pembinaan olimpiade kimia tingkat PT & SLTA, penelitian, pengabdian, seminar dan publikasi. Publikasi-publikasi artikel terindeks Scopus, Web of Science dan Google Scholar. Kontak email melalui: dwi.kartika@unsoed.ac.id.



Sehah, S.Si., M.Si.

Sehah, lahir 06 Agustus 1971 di Kabupaten Rembang Jawa Tengah. Penulis pernah menempuh pendidikan di MI Annashriyyah, lulus tahun 1984; SMP Negeri 1 Lasem, lulus tahun 1987; dan SMA Negeri Lasem, lulus tahun 1990. Selepas SMA, penulis melanjutkan studi pada Program Studi S1 Fisika di Universitas Diponegoro Semarang, dan lulus tahun 1997. Selanjutnya penulis melanjutkan studi di Program Magister S2 Fisika dengan bidang kajian Fisika Bumi di Universitas Gadjah Mada Yogyakarta, dan lulus tahun 2001. Saat ini penulis berprofesi sebagai pengajar pada Program Studi Fisika Fakultas MIPA Universitas Jenderal Soedirman Purwokerto dengan beberapa matakuliah antara lain: Listrik Magnet, Gravitasi dan Geomagnet, Seismologi, Eksplorasi Geotermal, Workshop Geofisika, Kapita Selektta Geofisika, dan sebagainya. Selain mengajar, penulis juga aktif melakukan penelitian di bidang Fisika Bumi, antara lain:

Tahun 2016 Interpretasi Model Struktur Batuan Bawah Permukaan di Kawasan Pantai Widarapayung Kabupaten Cilacap Berdasarkan Data Anomali Magnetik

Tahun 2017 Eksplorasi Geofisika Metode Magnetik dan Geolistrik untuk Menginvestigasi Potensi Bijih Besi dan Dampak Eksploitasinya di Kawasan Pesisir Kabupaten Cilacap (Studi Kasus: Kawasan Pesisir Kecamatan Binangun dan Kecamatan Nusawungu, Kabupaten Cilacap, Jawa Tengah)

Tahun 2018 Penggambaran *Pseudosection* Sistem Hidrogeologi Pantai Berdasarkan Survei Geolistrik Resistivitas 2D Konfigurasi Wenner

Tahun 2019 Pemetaan Sebaran dan Potensi Batuan Andesit Berdasarkan Data Anomali Magnetik Lokal di Desa Candiwulan dan Karangcegak Kecamatan Kutasari Kabupaten Purbalingga Jawa Tengah

Tahun 2020 Investigasi Potensi Akuifer Air Tanah di Daerah Aliran Sungai (DAS) Serayu Kabupaten Banyumas Berdasarkan Data Resistivitas Batuan Bawah Permukaan

Informasi lebih lanjut dapat dihubungi melalui email: sehah@unsoed.ac.id.



Rokhmy Badiatuddiniyah, S. Mat.

Rokhmy Badiatuddiniyah adalah alumni mahasiswa Matematika FMIPA Unsoed. Penulis telah menyelesaikan pendidikan S1 di Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman pada tahun 2022. Bidang penelitian yang ditekuni adalah aljabar



Prof. Dr. Dra. Idha Sihwaningrum, M.Stat., Sci.

Idha Sihwaningrum berkarir sebagai dosen di Universitas Jenderal Soedirman sejak 1990, se usai lulus S1 dari UGM. Sebagai dosen yg telah menempuh studi S2 di University of Tasmania dan S3 di ITB, saat ini bergabung di Jurusan Matematika FMIPA Unsoed. Bidang yang ditekuni saat ini adalah Analisis Matematika. Terjemahan "Kalkulus Thomas" dan seri kuliah ringkas "Matematika Teknik dan Aplikasinya" merupakan karya buku yg telah diterbitkan oleh salah satu penerbit ternama. Dapat dihubungi melalui email: idha.sihwaningrum@unsoed.ac.id.



Dra. Ari Wardayani, M.Si.

Ari Wardayani berkarir sebagai dosen di Universitas Jenderal Soedirman sejak tahun 1992, saat ini bergabung di Jurusan Matematika FMIPA Unsoed. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 di Jurusan Matematika, Universitas Diponegoro tahun 1990 dan S2 di Jurusan Matematika, Universitas Gadjah Mada tahun 2005. Bidang kajian yang ditekuni adalah matematika murni bidang aljabar. Dapat dihubungi melalui email: ari.wardayani@unsoed.ac.id.



Dra. Mutia Nur Estri, M. Kom.

Mutia Nur Estri berkarir sebagai dosen di Universitas Jenderal Soedirman sejak tahun 1994, saat ini bergabung di Jurusan Matematika FMIPA Unsoed. Penulis telah menempuh studi S1 di Jurusan Matematika Prodi Statistika, Universitas Gadjah Mada dan S2 di Jurusan Ilmu Komputer, Universitas Indonesia. Bidang keahlian adalah komputasi matematika. Dapat dihubungi melalui email: mutia.estri@unsoed.ac.id.



Niken Larasati, S.Si., M.Si.

Niken Larasati berkarir sebagai dosen pada Jurusan Matematika FMIPA Unsoed Purwokerto sejak tahun 1997, saat ini bergabung di Jurusan Matematika FMIPA Unsoed. Penulis

telah menempuh studi S1 di Jurusan Matematika, Universitas Diponegoro dan S2 di Jurusan Matematika, Universitas Gadjah Mada. Bidang kajian yang ditekuni adalah matematika terapan (Sistem Dinamik). Dapat dihubungi melalui email: niken.larasati@unsoed.ac.id.



Dr. Jajang, S.Si., M.Si.

Jajang, lahir di Tasikmalaya, pada 2 Juli 1972. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Statistika IPB, 1997 dan S2 Magister Sains Statistika IPB, 2004, dan Program Doktor Statistika IPB 2014. Saat ini berprofesi sebagai dosen peneliti bidang statistika, penulis beberapa jurnal internasional berkaitan dengan pemodelan data spasial. Beberapa artikel jurnal statistik spasial telah dipublikasi di *Far East Journal of Mathematics Science* dan *International Journal of Advanced Science and Technology*. Beberapa buku yang telah dihasilkan antara Statistika Elementer dan Analisa Regresi Terapan. Pengalaman penulis dalam kegiatan terkait di bidang akademik lainnya adalah *reviewer* beberapa konferensi nasional dan internasional (UAD *Conference*). Dapat dihubungi melalui email: rzjajangstk@gmail.com.



Supriyanto, S.Si. M.Si.

Supriyanto adalah dosen Matematika FMIPA Unsoed Purwokerto. Berkarir sebagai dosen sejak tahun 2000. Menyelesaikan pendidikan S1 di Jurusan Statistika, Universitas Gadjah Mada dan S2 di Jurusan Matematika, Universitas Gadjah Mada. Bidang keahlian adalah Ekonometrika sehingga saat ini sedang menyelesaikan disertasi dalam kajian Ekonometrika di Jurusan Ekonomi, Fakultas Ekonomi Unsoed. Aktif dalam

penelitian, pengabdian, seminar dan publikasi. Telah menerbitkan sebuah buku berjudul Statistika Elementer. Catatan publikasi artikel terindeks Scopus sebanyak tujuh dengan lima diantaranya dalam bidang Ekonometrika. Sejak 2018 menjabat sebagai Koordinator Pusat Penelitian Kependudukan dan Kajian Lansia (PPKKL), LPPM Unsoed. Dapat dihubungi melalui email: supriyanto2505@unsoed.ac.id.



Dina Rosalina, S.Mat.

Dina Rosalina lahir di Tasikmalaya, 25 Agustus 1996. Menyelesaikan pendidikan dasar dan menengahnya di kota kelahirannya. Sejak 2014 terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika Unsoed dan menyelesaikannya pada tahun 2020. Selama mahasiswa aktif berkegiatan di UKM Mamira LGV. Dapat dihubungi melalui email: rsalina.dn@gmail.com.



Astrid Sulistya Azahra

Astrid Sulistya Azahra lahir di Tasikmalaya, 3 Februari 2020. Menyelesaikan pendidikan dasar dan menengahnya di kota kelahirannya. Sejak 2018 terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika Unsoed. Keterlibatan dalam kegiatan perkuliahan adalah sebagai Asisten Tutorial pada mata kuliah Kalkulus I (2020), Aljabar Linier (2020), Pengantar Teori Peluang (2021 dan 2022), dan Pengantar Statistika Matematika (2021). Dapat dihubungi melalui email: astrid.sulistya16@gmail.com.



Slamet Riyadi, S.S., M.Pd.

Slamet Riyadi, S.S.,M.Pd Dosen pada Program Studi Pendidikan Bahasa Inggris Fakultas Ilmu Budaya, Universitas Jenderal Soedirman. Bidang penelitian yang ditekuni adalah Bahasa dan Budaya dengan kepakaran pada metode pembelajaran Bahasa Inggris. Alamat email yang dapat dihubungi adalah slamet.riyadi0312@unsoed.ac.id.



UNIVERSITAS JENDERAL SOEDIRMAN

Gd. UNSOED Press

Jalan Prof. Dr. H.R. Boenyamin 708 Purwokerto

Kode Pos 53122 Kotak Pos 115

Telepon (0281) 626070

Email: unsoedpresspwt@gmail.com

ISBN 978-623-465-047-1

