

SOLUSI ASIMPTOTIK PERSAMAAN GELOMBANG MULTIARAH BERTIPE KP



Mashuri¹, Rina Reorita²

¹Jurusan Matematika FMIPA UNSOED Purwokerto, mashuri_unsoed@yahoo.com

²Jurusan Matematika FMIPA UNSOED Purwokerto, rina.reo@yahoo.com

Abstrak. Pada paper ini dibahas tentang solusi asimtotik persamaan gelombang multiarah bertipe KP. Terlebih dahulu akan diturunkan persamaan Gelombang Multi Arah bertipe KP dimana Kasus khusus dari persamaan tersebut adalah persamaan AB yaitu persamaan bertipe KdV yang telah diperbaiki. Selanjutnya persamaan ini akan dicari solusinya dengan menggunakan metoda asimtotik orde ketiga. Input yang digunakan adalah gelombang monokromatik. Simulasi dilakukan untuk berbagai bilangan amplitudo dan frekwensi gelombang.

Keywords: Persamaan Gelombang Multi Arah, Metoda Asimtotik Orde Ketiga, Gelombang monokromatik.

1. PENDAHULUAN

Persamaan gelombang bertipe KP (Kadomtsev – Petviashvili) merupakan persamaan gelombang multiarah yang diturunkan pada tahun 1970. Persamaan ini merupakan generalisasi dari persamaan gelombang satu arah yaitu persamaan KdV (Korteweg de Vries). Bentuk Umum dari persamaan ini adalah

$$\partial_x \left[\partial_t \eta + i\Omega(-i\partial_x)\eta + \sigma \partial_x \eta^2 \right] + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta = 0 \quad (1)$$

Dalam paper akan dibahas tentang persamaan KP yang diturunkan mengikuti penurunan dasar persamaan KP dengan persamaan gelombang satu arah digunakan adalah persamaan gelombang sederhana. Persamaan yang diperoleh selanjutnya dipecahkan dengan menggunakan metoda asimtotik. Terlebih dahulu digunakan metoda asimtotik ordo ke tiga, mengingat orde-orde berikutnya tidak memberikan pengaruh yang signifikan.

2. HASIL PENELITIAN

Dengan menggunakan prosedur penurunan persamaan KP dari persamaan gelombang sederhana

$$\partial_t^2 \eta = c_0^2 (\partial_x^2 + \partial_y^2) \eta \quad (2)$$

Bentuk standar persamaan Kp nya adalah

$$\partial_x \left[\partial_t \eta + \partial_x \eta + \frac{1}{6} \partial_x^3 \eta + \frac{3}{2} \eta \partial_x \eta \right] + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta = 0 \quad (3)$$

Sementara itu untuk persamaan gelombang satu arah AB yaitu

$$\partial_t \eta = -\sqrt{g} A \left[\eta + \frac{1}{2} A(\eta A \eta) - \frac{1}{4} (A \eta)^2 + \frac{1}{2} B(\eta B \eta) + \frac{1}{4} (B \eta)^2 \right] \quad (4)$$

Diperoleh persamaan KP nya adalah

$$\partial_x \left[\partial_t \eta + \sqrt{g} A \left[\eta + \frac{1}{2} A(\eta A \eta) - \frac{1}{4} (A \eta)^2 + \frac{1}{2} B(\eta B \eta) + \frac{1}{4} (B \eta)^2 \right] \right] + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta = 0 \quad (5)$$

dengan η menyatakan, $A = \frac{\partial_x C}{\sqrt{g}}$ dan $B = \sqrt{g} C^{-1}$ menyatakan pseudo differential operator

dengan simbol $\hat{C}(k) = \frac{\Omega(k)}{k}$, $\Omega(k) = c_0 k \sqrt{\frac{\tanh(kh_0)}{kh_0}}$, $c_0 = \sqrt{gh_0}$ dan g menyatakan percepatan gravitasi.

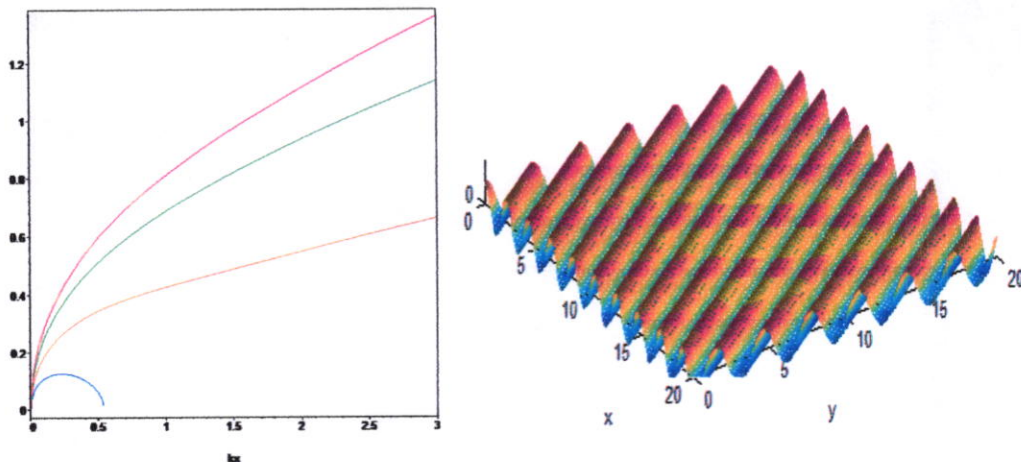
Relasi dispersi dari persamaan KP dengan persamaan gelombang satu arahnya adalah persamaan AB diberikan sebagai berikut

$$\omega = \Omega(k_x) + \frac{c_0 k_y^2}{2 k_x}$$

Sementara itu solusi asimtotiknya dengan input gelombang mnokromatik adalah

$$\eta = \eta^{(1)} + \eta^{(2)} + \eta^{(3)}$$

Gambar berikut merupakan relasi dispersi untuk berbagai frekwensi dari persamaan KP_AB (a) dan salah satu kasus dan salah satu profile dari gelombang yang diperoleh.



REFERENSI

(Ditulis berurutan menurut abjad, merupakan sumber dari isi makalah)

- [1] Andonowati, van Groesen E, (2003), *Optical Pulse Deformation in Second Order Non-linear Media*, Journal of Non-linear Opics Physics and Materials, 12, 221-234.
- [2] van Groesen.E, (1998), *Wave groups in unidirectional surface wave models*, Journal of Engineering Mathematics, 34, 215-226, 1998.
- [3] Mashuri dan Purwanto , BS (2015), *On the third order asymptotic derivation of NLS-Type equation*, Vol 96, Number 1, pp 29- 42 Far East Jurnal O Mathematical Science, India.



SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

SOLUSI ASIMPTOTIK PERSAMAAN GELOMBANG MULTIARAH BERTIPE KP

Oleh :
Mashuri
Rina Reorita

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS JENDERAL SOEDIRMAN
2015

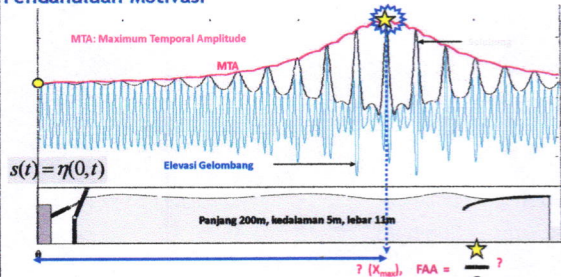
SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

DAFTAR ISI

- PENDAHULUAN & MOTIVASI
- METODE
- HASIL
- KESIMPULAN

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

Pendahuluan-Motivasi



$$AB: \partial_t \eta = -\sqrt{g} A \left[\eta + \frac{1}{2} B(\eta B \eta) + \frac{1}{4} (B \eta)^2 + \frac{1}{2} A(\eta A \eta) - \frac{1}{4} (A \eta)^2 \right]$$

$$\text{Metoda: } \eta = \varepsilon \eta^{(1)} + \varepsilon^2 \eta^{(2)} + \varepsilon^3 \eta^{(3)}$$

$$\text{MTA: } m(x) = \max_t \eta(x, t)$$

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

Groesen dan Andonowati (2007) → Persamaan Tipe KdV → AB

$$\partial_t \eta = -\sqrt{g} A \left[\eta + \frac{1}{2} B(\eta B \eta) + \frac{1}{4} (B \eta)^2 + \frac{1}{2} A(\eta A \eta) - \frac{1}{4} (A \eta)^2 \right]$$

Suku linier Bertipe KdV Modifikasi gelombang pendek

$$A = \frac{\partial_x C}{\sqrt{g}} = \frac{3}{4h} \eta^2 \text{ untuk } C = c_0 = \sqrt{gh} \quad \quad \quad = \frac{h}{4} (\partial_x \eta)^2 + \frac{h}{2} \eta \partial_x^2 \eta \text{ untuk } C = c_0 = \sqrt{gh}$$

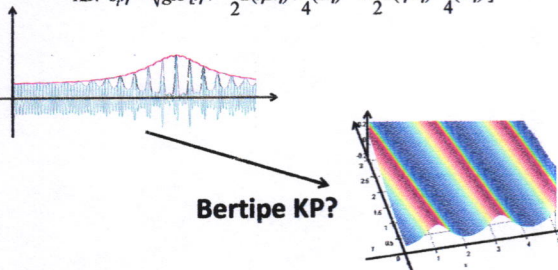
$$B = \sqrt{g} C^{-1}$$

$$\hat{C}(k) = \frac{\Omega(k)}{k} \quad \quad \Omega(k) = c_0 k \sqrt{\frac{\tanh(kh)}{kh}}$$

ExG8.A: Variational derivation of KdV-type models for surface water waves,
Phys. Lett. A 2007

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

a. Persamaan KP

$$AB: \partial_t \eta = -\sqrt{gA} \left[\eta + \frac{1}{2} B(\eta B \eta) + \frac{1}{4} (B \eta)^2 + \frac{1}{2} A(\eta A \eta) - \frac{1}{4} (A \eta)^2 \right]$$


Bertipe KP?

b. Solusi persamaan bertipe KP

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

METODA

A. RELASI DISPERSI PERSAMAAN GELOMBANG SEDERHANA MULTI ARAH

$$\partial_t^2 \eta = c_0^2 (\partial_x^2 + \partial_y^2) \eta \longrightarrow \omega^2 = c_0^2 (k_x^2 + k_y^2)$$

B. ASIMPTOTIK ORDE KE TIGA

$$\eta = \varepsilon \eta^{(1)} + \varepsilon^2 \eta^{(2)} + \varepsilon^3 \eta^{(3)}$$

C. LNSTEAD POINTCARE

$$k_x = k_x^{(0)} + \varepsilon k_x^{(1)} + \varepsilon^2 k_x^{(2)}$$

$$k_y = k_y^{(0)} + \varepsilon k_y^{(1)} + \varepsilon^2 k_y^{(2)}$$

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

HASIL

$$\partial_t^2 \eta = c_0^2 \partial_x^2 \eta \longrightarrow (\partial_t - c_0 \partial_x)(\partial_t + c_0 \partial_x) \eta = 0$$

$$\partial_t \eta + c_0 \partial_x \eta = 0 \longrightarrow \omega = c_0 k_x$$

$$\omega^2 = c_0^2 (k_x^2 + k_y^2) \longrightarrow \omega = c_0 k_x \sqrt{1 + (k_y/k_x)^2}$$

$$k_y \ll k_x \longrightarrow \omega \approx c_0 k_x \left(1 + \frac{1}{2} \frac{k_y^2}{k_x^2} \right) = c_0 \left(k_x + \frac{1}{2} \frac{k_y^2}{k_x} \right)$$

$$\partial_t \eta = -c_0 (\partial_x \eta + \partial_x^{-1} \partial_y^2 \eta)$$

PERSAMAAN BERTIPE KP $\partial_x [\partial_t \eta + c_0 \partial_x \eta] + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta = 0$

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

KdV : $\partial_t \eta + \partial_x \eta + \frac{1}{6} \partial_x^3 \eta + \frac{3}{2} \eta \partial_x \eta = 0$

$$\partial_x \left[\partial_t \eta + \partial_x \eta + \frac{1}{6} \partial_x^3 \eta + \frac{3}{2} \eta \partial_x \eta \right] + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta = 0$$

AB : $\partial_t \eta = -\sqrt{gA} \left[\eta + \frac{1}{2} B(\eta B \eta) + \frac{1}{4} (B \eta)^2 + \frac{1}{2} A(\eta A \eta) - \frac{1}{4} (A \eta)^2 \right]$

$$\partial_x \left[\partial_t \eta + \sqrt{gA} \left[\eta + \frac{1}{2} A(\eta A \eta) - \frac{1}{4} (A \eta)^2 + \frac{1}{2} B(\eta B \eta) + \frac{1}{4} (B \eta)^2 \right] \right] + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta = 0$$

PERSAMAAN BERTIPE KP_AB

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

RELASI DISPERSI PERSAMAAN KP

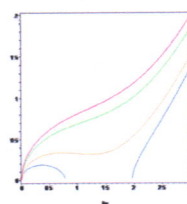
$$\partial_x \left[\partial_t \eta + \partial_x \eta + \frac{1}{6} \partial_x^3 \eta + \frac{3}{2} \eta \partial_x \eta \right] + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta = 0$$

$$\omega = k_x - \frac{1}{6} k_x^3 + \frac{c_0}{2} \frac{k_y^2}{k_x}$$

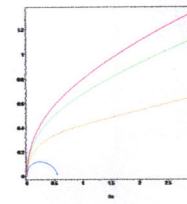
$$\partial_x \left[\partial_t \eta + \sqrt{g} A \left[\eta + \frac{1}{2} A(\eta A \eta) - \frac{1}{4} (A \eta)^2 + \frac{1}{2} B(\eta B \eta) + \frac{1}{4} (B \eta)^2 \right] \right] + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta = 0$$

$$\omega = \Omega(k_x) + \frac{c_0}{2} \frac{k_y^2}{k_x}$$

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG



KP_KdV



KP_AB

$\omega = 3.14$ (merah), $\omega = 2.5$ (hijau), $\omega = 1.2$ (kuning), $\omega = 0.7$ (biru)

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

SOLUSI ASIMPTOTIK PERSAMAAN KP

$$\partial_x \left[\partial_t \eta + \sqrt{g} A \left[\eta + \frac{1}{2} A(\eta A \eta) - \frac{1}{4} (A \eta)^2 + \frac{1}{2} B(\eta B \eta) + \frac{1}{4} (B \eta)^2 \right] \right] + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta = 0$$

ASIMPTOTIK ORDE KE TIGA

$$\eta = \varepsilon \eta^{(1)} + \varepsilon^2 \eta^{(2)} + \varepsilon^3 \eta^{(3)}$$

LINSTAD POINTCARE

$$k_x = k_x^{(0)} + \varepsilon k_x^{(1)} + \varepsilon^2 k_x^{(2)}$$

$$k_y = k_y^{(0)} + \varepsilon k_y^{(1)} + \varepsilon^2 k_y^{(2)}$$

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

PERSAMAAN MASING-MASING ORDE

$$\partial_x \left(\partial_t \eta^{(1)} + \sqrt{g} A \eta^{(1)} \right) + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta^{(1)} = 0$$

$$\partial_x \left(\partial_t \eta^{(2)} + \sqrt{g} A \eta^{(2)} \right) + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta^{(2)} = \partial_x \left(-\sqrt{g} A \left[\frac{1}{2} A(\eta^{(1)} A \eta^{(1)}) - \frac{1}{4} (A \eta^{(1)})^2 + \frac{1}{2} B(\eta^{(1)} B \eta^{(1)}) + \frac{1}{4} (B \eta^{(1)})^2 \right] \right)$$

$$\partial_x \left(\partial_t \eta^{(3)} + \sqrt{g} A \eta^{(3)} \right) + \frac{c_0}{2} \partial_y^2 \eta^{(3)} = \partial_x \left(-\sqrt{g} A \left[\frac{1}{2} A(\eta^{(1)} A \eta^{(2)}) + \eta^{(2)} A \eta^{(1)} \right] - \frac{1}{4} (A \eta^{(1)} A \eta^{(2)} + A \eta^{(2)} A \eta^{(1)}) + \frac{1}{2} B(\eta^{(1)} B \eta^{(2)} + \eta^{(2)} B \eta^{(1)}) + \frac{1}{4} (B \eta^{(1)} B \eta^{(2)} + B \eta^{(2)} B \eta^{(1)}) \right] \right)$$

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

Input $\eta^{(1)} = ae^{i\theta} + c.c$

$$\theta = (k_x^{(0)} + \varepsilon k_x^{(1)} + \varepsilon^2 k_x^{(2)})x + (k_y^{(0)} + \varepsilon k_y^{(1)} + \varepsilon^2 k_y^{(2)})y - \omega t$$

$$\omega = \Omega(k_x^{(0)}) + \frac{c_0}{2} \frac{k_y^{(0)^2}}{k_x^{(0)}}$$

$$\eta^{(2)} = a_2 e^{2i\theta} + c.c \quad a_2 = \frac{\alpha_2}{(2k_x^{(0)}(2\omega - 2k_x^{(0)}\hat{C}(2k_x^{(0)})) - 2c_0(k_y^{(0)})^2)}$$

$$\alpha_2 = -2ik_x^{(0)}a^2\sqrt{g}\left[-\frac{1}{4}A^2(k_x^{(0)})A(2k_x^{(0)}) + \frac{1}{2}A(k_x^{(0)})A^2(2k_x^{(0)}) + \frac{1}{4}B^2(k_x^{(0)})A(2k_x^{(0)}) + \frac{1}{2}B(k_x^{(0)})B(2k_x^{(0)})A(2k_x^{(0)})\right]$$

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

Pada solusi orde ke tiga

$$k = (k_x^{(1)}, k_y^{(1)}) = (0, 0) \quad k = (k_x, k_y) = (k_x^{(0)}, k_y^{(0)}) + (k_x^{(2)}, k_y^{(2)})$$

$$a[k_x^{(2)}(\omega - k_x^{(0)}[k_x^{(0)}C(k_x^{(0)}) + C(k_x^{(0)})]) - \frac{c_0}{2}k_y^{(0)}k_y^{(2)}] = \gamma_2$$

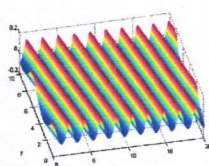
$$\eta^{(3)} = a_3 e^{3i\theta} + c.c \quad a_3 = \frac{\gamma_1}{a(3ik_x^{(0)}(-3i\omega + \sqrt{g}A(3k_x^{(0)})) - \frac{9c_0}{2}(k_y^{(0)})^2)}$$

$$\gamma_1 = -3ik_x^{(0)}\sqrt{g}\left[-\frac{1}{2}aa_1A(k_x^{(0)})A(2k_x^{(0)}) + \left(\frac{1}{2}aa_1(A(k_x^{(0)}) + A(2k_x^{(0)}))A(3k_x^{(0)}) + \frac{1}{2}aa_1B(k_x^{(0)})B(2k_x^{(0)}) + \left(\frac{1}{2}aa_1(B(2k_x^{(0)}) + B(k_x^{(0)}))B(3k_x^{(0)})\right)A(3k_x^{(0)})\right)e^{i\omega}\right]$$

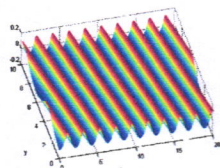
$$\gamma_2 = -ik_x^{(0)}\sqrt{g}\left[\frac{1}{2}aa_2A(k_x^{(0)})A(2k_x^{(0)}) + \frac{1}{2}aa_2(A(2k_x^{(0)}) - A(k_x^{(0)}))A(k_x^{(0)}) + \frac{1}{2}aa_2B(k_x^{(0)})B(2k_x^{(0)}) + \left(\frac{1}{2}aa_2(B(2k_x^{(0)}) + B(k_x^{(0)}))B(k_x^{(0)})\right)A(k_x^{(0)})\right)e^{i\omega}$$

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

PROFILE GELOMBANG YANG DIHASILKAN



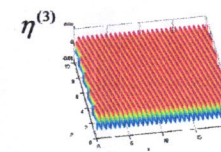
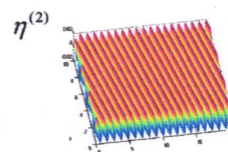
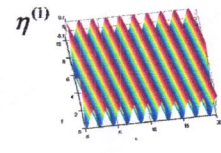
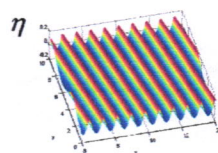
(a)



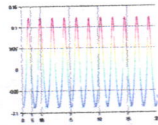
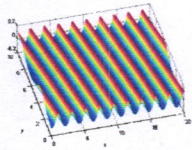
(b)

$k_x = 3$ dan $k_y = 1$ pada $t = 0$ detik (a) dan $t = 10$ detik (b)

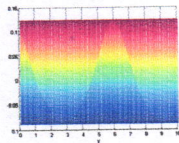
SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG



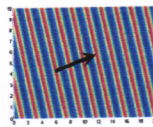
SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG



x-versus amplitudo



y-versus amplitudo



Arah rambat gelombang

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

KESIMPULAN

1. DENGAN MENGGUNAKAN PENURUNAN PERSAMAAN KP DARI PERSAMAAN GELOMBANG SEDERHANA SEDERHANA DIPEROLEH PERSAMAAN KP_AB
2. RELASI DISPERSI LINIER PERSAMAAN KP_AB LEBIH BAIK DIBANDINGKAN PERSAMAAN KP SEBELUMNYA
3. KOREKSI BILANGAN GELOMBANG ARAH X DAN Y MEMBENTUK SEBUAH KOMBINASI LINIER

KEBERLANJUTAN

AKAN DILAKUKAN KAJIAN TERHADAP INPUT DUA BUAH GELOMBANG MONOKROMATIK YANG SALING BERINTERAKSI

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

PUSTAKA

- Dean, R.G. dan Dalrymple, R.A., (1994), *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*, Advanced series on ocean engineering, 2.
- Marwan, (2006), Gelombang Permukaan satu dan multi arah teori. numerik dan aplikasinya pada pembangkitan gelombang ekstrim, Disertasi S3, Departemen Matematika ITB.
- Mashuri, L. She Liam, Andonowati, Nining S.N., (2010), *On non linear bi-chromatic waves group distortion*, FJAM, India, Vol 49.
- Mashuri, (2011), Studi aspek-aspek teoritis dan numerik gelombang ekstrim melalui berbagai persamaan baru tipe KdV, Disertasi S3, ITB.
- van Groesen.E., (1998), *Wave groups in unidirectional surface wave models*, Journal of Engineering Mathematics, 34, 215-226, 1998.
- van Groesen. E, Andonowati,(2007) *Variational derivation of KdV-type models for surface water waves*, J. Physics Letters A. 366,195-201.

SNMPM, 12 SEPTEMBER 2015, UNDIP SEMARANG

TERIMAKASIH



SNMPM UNDIP 2015

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA UNIVERSITAS DIPONEGORO

d.a Jurusan Matematika FSM UNDIP Telp. : (024) 7499493 Semarang, Indonesia

UNDANGAN PEMAKALAH

No. 36/SNMPM_UNDIP_2015/IX/2015

Semarang, 3 September 2015

Kepada :

Yth. **Mashuri, Rina Reorita**

Pemakalah pada SNMPM UNDIP 2015

di

tempat

Dengan hormat,

Berdasarkan *review* yang sudah dilakukan oleh tim *reviewer*, kami panitia Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika (SNMPM UNDIP 2015) bermaksud memberitahukan bahwa makalah anda dengan judul :

Solusi Asimptotik Persamaan Gelombang Multiarah Bertipe Kp

kami nyatakan **diterima** untuk dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika (SNMPM UNDIP 2015). Untuk itu kami mengundang anda untuk menghadiri dan mempresentasikan makalah tersebut pada :

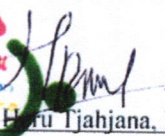
Hari / tanggal : Sabtu / 12 September 2015

Waktu : Pkl. 08.00 - 16.00 WIB

Tempat : Gedung Prof. Soedarto, SH Kampus UNDIP Tembalang Semarang

Kami persilahkan anda untuk melakukan registrasi dengan mengisi formulir pendaftaran yang dapat diunduh di website www.seminar.matematika.undip.ac.id. Demikian pemberitahuan dan undangan ini kami sampaikan, atas perhatiannya kami sampaikan terima kasih.

Ketua Panitia SNMPM UNDIP 2015,


R. H. Tjahjana, M.Si
NIP. 19740717 200012 1001



Dr. Mashuri, M.Si.

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS JENDERAL SOEDIRMAN
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
Jl. Dr. Soeparno Kampus UNSOED Karangwangkal Purwokerto 53123
Telp. (0281) 638793 e-mail : mipa@unsoed.ac.id

SURAT TUGAS
Nomor :1783/UN23.11.FMIPA/DL.07/2015

Berdasarkan Surat dari Panitia Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika (SNMPM UNDIP 2015) Nomor:36/SNMPM_UNDIP_2015/IX/2015 tanggal 3 September 2015 perihal Surat Penerimaan.

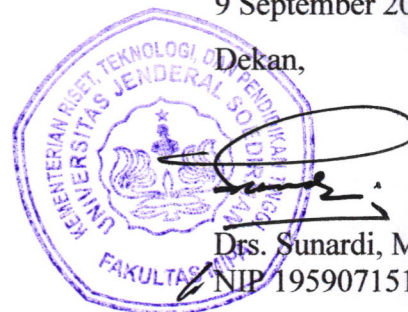
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jenderal Soedirman memberikan tugas kepada :

Nama : Dr. Mashuri, M.Si.
NIP : 197307051999031002
Pangkat dan Golongan : Penata / IIIc
Jabatan : Lektor
Untuk : Menjadi Pemakalah pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika (SNMPM UNDIP 2015) dengan judul "Solusi asimptotik Persamaan gelombang Multiarah Bertipe Kp".
Waktu : 12 September 2015
Tempat : Gedung Prof. Soedarto, S.H. Kampus UNDIP Tembalang Semarang

Surat Tugas ini dibuat untuk dilaksanakan dengan penuh tanggungjawab.

9 September 2015

Dekan,



Drs. Sunardi, M.Si.

NIP 195907151990021001

Tembusan: Yth.

1. Wakil Dekan Bidang Akademik Fakultas MIPA UNSOED;
2. Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA UNSOED.



SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA UNIVERSITAS DIPONEGORO

Sertifikat

diberikan kepada

MASHURI

Sebagai Pemakalah dengan Judul
SOLUSI ASIMPTOTIK PERSAMAAN GELOMBANG
MULTIARAH BERTIPE KP

dalam acara

"SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA UNIVERSITAS DIPONEGORO 2015"
yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro
pada tanggal 12 September 2015

Dekan Fakultas Sains dan Matematika
Universitas Diponegoro



Prof. Dr. Widowati, S.Si., M.Si.
NIP. 196902141994032002

Ketua Penyelenggara
SNMPPM UNDIP 2015



Dr. R. Heru Tjahjana, M.Si.
NIP. 197407172000121001